

以隨機場有限元素分析初探參數空間平均 對淺基礎承载力之影響

胡毓港¹, 卿建業²

¹國立台灣大學土木工程學系博士後研究員

²國立台灣大學土木工程學系教授

摘要

本研究考慮土壤不排水剪力強度的空間變異性(spatial variability), 以淺基礎承载力為例, 試著釐清單純空間平均(spatial average)之概念是否可以有效地量化空間變異性對基礎所引致極限承载力(q_u)的統計行為。首先, 藉由隨機場(random field)模擬不排水剪力強度的空間變異性。接著應用隨機場有限元素分析(RFEM)模擬此不排水剪力強度隨機場狀況下之淺基礎極限承载力(q_u^{RFEM}), 同時計算相同隨機場之固定區域的空間平均不排水剪力強度, 並將其帶入均質有限元素分析(FEM)求得對應之極限承载力($q_u^{FEM(RA)}$), 接著模擬不同關聯性長度(SOF)隨機場下 q_u^{RFEM} 與 $q_u^{FEM(RA)}$ 的大量樣本並且量化其統計性質, 以釐清上述二者行為是否一致。結果顯示空間平均結果($q_u^{FEM(RA)}$)與實際結果(q_u^{RFEM})的機率分布大部分相近(SOF < 基礎寬度 B 之情況除外), 但是實際一對一的比較結果並不相同, 除非土壤接近均質的情況(SOF >> B)。因此, 嚴格來說, 單純空間平均無法完全解釋空間變異性所帶來的影響且可能導致結果偏向不保守。

關鍵字: 隨機場有限元素分析、空間平均、空間變異性、隨機場、淺基礎

ABSTRACT

The purpose of this study is to examine in more detail under what conditions would spatial averaging over some prescribed region be sufficient to reproduce the response statistics arising from a spatially varying field. The spatially variable undrained shear strength will be first simulated by a random field. The response (ultimate bearing capacity) of a spatially variable soil mass in shallow foundation problem is computed using the random finite element method (RFEM). This response is the actual response exhibited by the spatially variable soil. This response is compared to the response of a homogeneous soil mass whose shear strength equal to the spatial average over a prescribed area of interest. Based on these numerical studies, it is observed that the response (a random variable) and the spatial average response (a second random variable) are at most equal in “distribution”, but not “almost everywhere”. Therefore, it is shown that the effect of such spatial variability cannot be fully explained by considering the spatial averaging over a prescribed area only. Only considering spatial averaging is risky, rendering the q_u estimate larger than the actual q_u value. More seriously, this bias is on the un-conservative side.

Keywords: random finite element method, spatial average, spatial variability, random field, shallow foundation

一、前言

大地工程的問題常遭遇土壤剪力強度(τ_f)或其他設計參數的空間變異性(spatial variability), 所謂空間變異性指的

是土壤參數性質隨著空間位置不同而異的現象, 即非均質(inhomogeneous)的情況。此現象是長年基於各種的地質、環境、物理和化學等自然過程所形成, 而這

些過程正繼續進行著，並且改變了現地土壤的狀態。此空間變異性可以量化成隨機場(random field)以便進行機率分析[1]。藉此，具空間變異性土壤的基礎、擋土牆或邊坡問題可進一步利用隨機場有限元素分析(random finite element method : RFEM)進行模擬[2-13]。然而，就現階段大地工程設計問題而言，RFEM 的應用較侷限於學術性研究，工程實務上並不是個常規或便利的方法。因此，實務上，將土壤的相關空間變異性參數簡化成理想均質(homogeneous)或層狀土壤參數是不可避免的。

一個上述簡化理想參數的可能做法就是「空間平均(spatial average)」，這是一個很直覺的方法。事實上，Fenton and Vanmarcke [14]已經提出一個局部平均細分的演算法(local average subdivision : LAS)，此演算法已被廣泛應用於模擬具空間變異性區域(比如：RFEM 中的一個網格元素)所對應之均質參數。此演算法也可以相同的概念進而模擬具空間變異性土壤所對應之均質土層。Fenton and Griffiths [6]考慮三維空間變異性之基礎沉陷量問題，他們發現基礎沉陷量可以藉由基礎下方適當固定區域的幾何平均彈性模數模擬。此外，Honjo and Otake [11]應用此空間平均的概念探討具空間變異性土壤之淺基礎承载力問題，他們發現：面對空間變異性土壤對淺基礎承载力之影響似乎可以選取適當的空間平均區域處理之。

然而，Ching and Phoon [15]發現單純的空間平均不能描述具空間變異性土體剪力強度之行為，因為其無法解釋「臨界關聯性長度(critical scale of fluctuation : critical SOF)的現象」[7]。一般而言，所謂 critical SOF 的現象通常是指問題本身的行為與定性解有明顯的偏差發生，例如：承载力的平均值小於定性解(nominal solution)或主動土壓力大於定性解之現象，假若忽略 critical SOF 的現象將使得結果偏向不保守。根據前人的研究發現，此現象明顯不同於典型的行為且不會發生於均質的情況，而是發生於當 SOF 接

近於結構物的特徵尺寸(例如：邊坡的高度、隧道的直徑、擋土牆的牆高與開挖的深度等)附近。此現象已被諸多研究所發現[5, 10, 12-13]。雖然空間平均的概念在某些情況下可以處理空間變異性對問題所帶來的影響，但嚴格來說其正確性是不嚴謹的，因為單純的空間平均無法解釋 critical SOF 的現象。

基於上述不同的論點，本研究希望能以淺基礎之承载力問題為例，進一步釐清下列問題：參數的空間變異性能否有效地以單純的空間平均概念所取代？為了簡化問題，本研究僅侷限在土壤剪力強度(τ_f)的空間變異性。研究將考慮二組有限元素分析(finite element method : FEM)之結果進行統計性質的量化與比較：(1)考慮 τ_f 隨機場並應用 RFEM 進行分析以求得此隨機場下之基礎極限承载力(q_u^{RFEM})，此結果即為真實隨機場下之反應；(2)考慮相同 τ_f 隨機場並求得基礎下方某固定區域的剪力強度平均值(τ_f^{RA})，接著利用 FEM 進行均質土壤分析，而此均質土壤之剪力強度即為 τ_f^{RA} ，並求得此均質情況下之基礎極限承载力($q_u^{FEM(RA)}$)。最後，上述二者的分析結果比較將考慮 Level I 與 Level II 二個檢核準則：Level I 檢核二組樣本的機率分布是否相同，Level II 則直接比較二組樣本於 1:1 線上之差異。

二、隨機場模擬

本研究僅考慮土壤剪力強度(τ_f)的空間變異性，土體中某一點之剪力強度以 $\tau_f(x,z)$ 表示之，其中 x 與 z 分別為水平與垂直座標，研究並假設土壤的摩擦角(ϕ)為 0° ，即剪力強度(τ_f) = 不排水剪力強度(s_u) = 凝聚力(c)。 $\tau_f(x,z)$ 假設為穩態高斯隨機場，其中，固有平均值為 $E(\tau_f) = \mu$ ，固有標準偏差為 $[\text{Var}(\tau_f)]^{0.5} = \sigma$ ，隨機場之變異係數則為 $\text{COV} = \sigma/\mu$ ，COV 可以量化沿著空間維度上之變異程度的大小(如圖 1)，常見的不排水剪力強度之固有變異性則詳見表 1[17]。

為了定義水平間距(Δx)與垂直間距(Δz)間之關聯性，聯性函數模型則假設為 single exponential model[1, 16]：

$$\rho(\Delta x, \Delta z) = \exp(-2|\Delta x|/\delta_x - 2|\Delta z|/\delta_z) \quad (1)$$

其中： δ_x 和 δ_z 分別為水平與垂直的 SOFs，任意兩點土體之間距在 SOF 以內的，其土壤特性視為有關聯性的，反之亦然。換言之，SOF 越大表示參數的特性越緩慢地隨著位置的不同而變化(如圖 2 中之右圖)；相反地，當 SOF 越小則表示參數的特性快速地隨位置的不同而變化(如圖 2 中之左圖)。因此，SOF 可以描述沿著空間維度上之變異程度的頻率。本研究僅考慮等向性隨機場： $\delta_x = \delta_z = \delta$ 以降低簡化問題的複雜性。

一個二維度(2D)的穩態高斯隨機場 $\tau_f(x, z)$ 可藉由傅立葉級數(FSM)所模擬 [18]：

$$W(x, z) = \mu + \text{Re} \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_{mn} + ib_{mn}) \exp \left(\frac{i2m\pi x}{L_x} + \frac{i2n\pi z}{L_z} \right) \right] \quad (2)$$

其中： $\text{Re}[\cdot]$ 表示為複數中之實部， L_x 和 L_z 為隨機場區域之水平與垂直方向之長度， a_{mn} 與 b_{mn} 則為平均值為 0 的獨立常態高斯隨機變數且其變異數如下：

$$\sigma_{mn}^2 = \frac{\sigma^2}{q_x q_z} \left[\frac{1 - \exp(-q_x)(-1)^m}{1 + n^2\pi^2/q_x^2} \right] \times \left[\frac{1 - \exp(-q_z)(-1)^n}{1 + m^2\pi^2/q_z^2} \right] \quad (3)$$

其中： $q_x = L_x/\delta_x$ ， $q_z = L_z/\delta_z$ 。

三、隨機場有限元素分析-以淺基礎為例

3.1 淺基礎模型介紹與極限承载力驗證

本研究採用 Abaqus 有限元素軟體進行數值模擬。首先，考慮均質(Homogeneous)土壤之有限元素分析並進行驗證。淺基礎的數值模型如圖 3(a)所示，模型包含一個不允許變形的剛性材料：淺基礎(Footing)和一個位於基礎下方的平面應變矩形區域：土壤(Soil mass)。網格採用平面四節點元素(CPE4R)，網格寬度則為 0.2 m × 0.2 m。基礎與土體間不允許發生位移，即考慮具粗糙基礎底面狀況。模型的左右邊界條件不允許水平方向移動，底部邊界條件則不允許水平與垂直方向移動。Soil mass 考慮為彈塑性材料，

組成律採用庫倫彈塑性破壞準則(Mohr-Coulomb failure criteria)，土壤單位重 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ ，楊氏模數 $E = 40 \text{ MN/m}^2$ ，柏松比 $\nu = 0.3$ ， $\tau_f = 20 \text{ kPa}$ 。基礎寬度 $B = 3 \text{ m}$ 。FEM 的分析步驟有二個階段：(1)大地應力自重平衡(Geostatic)，以建立現地應力場，分析結果如圖 3(b)。(2)於基礎上施加一垂直載重，同時記錄歷時平均承載應力(Bearing stress)與基礎中心之沉陷量(Settlement)，直到有限元素分析不能收斂為止。

由圖 3(b)大地應力自重平衡結果發現垂直應力的確隨深度呈線性變化且與初始狀態設定的應力值十分接近(地表之垂直應力 S22 接近 0 kPa，地底則接近理論值 $\gamma \times 5B = 300 \text{ kPa}$)且無明顯變形發生(圖 3c)。圖 3(d)則為變形後塑性區的示意圖，破壞面明顯接近全面剪力破壞(General shear failure)的形式。極限承载力(q_u)則定義為基礎沉陷量達 0.02B 時所對應之承載應力，如圖 4 中 $q_u^{\text{FEM(Homogeneous)}} = 105.2 \text{ kPa}$ ，此結果與前人提出的理論解 [19] 十分接近：

$$q_u = \begin{cases} 5.14 \times s_u & \text{Prandtl (1920)} \\ 5.7 \times s_u & \text{Terzaghi (1936)} \end{cases} \quad (4)$$

上述這些結果說明了本研究的數值模擬是合理的。

3.2 隨機場/空間平均有限元素分析

將 FSM 所模擬之 τ_f 隨機場($\mu = 20 \text{ kPa}$ ， $\text{COV} = 0.3$ ， $\delta_x = \delta_z = \delta = 2 \text{ m}$)帶入有限元素分析模型之網格，如圖 5(a)所示，即可以進行 RFEM。分析步驟則如同上述：(1) Geostatic，(2)施加一垂直載重，直到 RFEM 不能收斂。圖 6(a)為某次 τ_f 隨機場取樣之變形後塑性區結果，破壞面明顯與均質解果不同(圖 3d)：為一非對稱的全面剪力破壞形式。極限承载力同樣定義為當基礎沉陷量達 0.02B 時之承載應力，如圖 6(b)中 $q_u^{\text{RFEM}} = 73.86 \text{ kPa}$ 。空間平均部分則考慮相同 τ_f 隨機場並求得基礎下方二種矩形區域某的平均值：(a) Honjo and Otake [11]所建議的 $L_x \times L_z = 2B \times 0.7B$ (圖 5b)並以 τ_f^{RAI} 表示，(b)接近 Prandtl-type

的塑性區 $L_x \times L_z = 3B \times 1B$ (圖 5c) 並以 τ_f^{RA2} 表示。接著利用 FEM 分別求得 $\tau_f = \tau_f^{RA1}$ 與 $\tau_f = \tau_f^{RA2}$ 均質土壤之極限承載力 $q_u^{FEM(RA1)}$ 與 $q_u^{FEM(RA2)}$ (圖 6b)。

四、結果與討論

RFEM 之結果 (q_u^{RFEM}) 與空間平均之結果 ($q_u^{FEM(RA1)}$ 或 $q_u^{FEM(RA2)}$) 將以 Level I 與 Level II 二個準則量化與比較，細節說明如 4.1 節 (每組 SOF 之案例都取 100 組隨機場樣本進行比較)。

4.1 Level I 與 Level II 說明

Level I - 比較 q_u^{RFEM} 與 ($q_u^{FEM(RA1)}$, $q_u^{FEM(RA2)}$) 的機率分布，並以 quantile-quantile (Q-Q plot) 量化及 Kolmogorov-Smirnov test (K-S test) 檢核。根據的 K-S test 檢核結果 (p-values) 即可判斷上述二者是相同分布的假說 (H_0) 是否成立。假若 p-value < 0.05 (significance level)，則 H_0 將不成立；否則，沒有足夠的證據拒絕 H_0 。另外，同時計算二種統計性質：(a) $r_\mu = [(q_u^{FEM(RA1)}, q_u^{FEM(RA2)})$ 樣本的平均值] / (q_u^{RFEM} 樣本的平均值) 與 (b) $r_{COV} = [(q_u^{FEM(RA1)}, q_u^{FEM(RA2)})$ 樣本的 COV] / (q_u^{RFEM} 樣本的 COV)。假若二者是完全相同的分布，則 $r_\mu = r_{COV} = 1$ 。

Level II - 比較 q_u^{RFEM} 與 ($q_u^{FEM(RA1)}$, $q_u^{FEM(RA2)}$) 樣本於 1:1 線上之差異，此差異可以清楚判斷上述二者樣本是否相同。並且以 root mean square (RMS) 計算正規化後樣本與 1:1 線之偏差， $RMS = [(d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2)/n]^{0.5}$ ，其中， $d_i = [(q_{u,i}^{FEM(RA1)}, q_{u,i}^{FEM(RA2)}) - q_{u,i}^{RFEM}$ 樣本] / ($q_{u,i}^{RFEM}$)，即第 i 個樣本點距離 1:1 線之正規化距離，假若 $RMS = 0$ 則代表二組樣本完全躺在 1:1 線上。Level II 較 Level I 嚴格：假若二組樣本完全躺在 1:1 線代表其二者樣本的機率分布相同—即滿足 Level II 的檢核意味著同時滿

足 Level I；然而，滿足 Level I 的檢核並不足以代表滿足 Level II。

舉例來說，考慮二個淺基礎的案例： $B = 3\text{ m}$ ， $\mu = 20\text{ kPa}$ ， $COV = 0.3$ 與 SOF ($\delta = 2\text{ m}$, 1000 m)。圖 7a 與 7b 分別為 $\delta = 2\text{ m}$ 與 1000 m q_u^{RFEM} 與 $q_u^{FEM(RA1)}$ 樣本 Q-Q plots (Level I)。如前所述， $q_u^{FEM(RA1)}$ 代表考慮區域平均 (圖 5b) 之 FEM 結果，而 q_u^{RFEM} 代表 RFEM 之結果。K-S test 的結果顯示 $\delta = 1000\text{ m}$ 的 p-value = 1.00 (> 0.05)，即說明了 q_u^{RFEM} 與 $q_u^{FEM(RA1)}$ 為相同分布的假說 H_0 無法被拒絕，且 r_μ 的期望值與 r_{COV} 二者都接近 1。此外，對於 Level II 的比較結果顯示 q_u^{RFEM} 與 $q_u^{FEM(RA1)}$ 樣本非常接近 1:1 線 (RMS = 0.04) (圖 7d)，此結果是合理的，因為 $\delta = 1000\text{ m}$ 是接近均質的案例。

然而，對於 $\delta = 2\text{ m}$ 案例的 Level I 結果，可以發現 p-value ≈ 0 (圖 7a)，即表示 q_u^{RFEM} 與 $q_u^{FEM(RA1)}$ 並不是相同分布 (H_0 被拒絕)。因為， $r_\mu = 1.09$ ，即 $q_u^{FEM(RA1)}$ 的樣本平均值比 q_u^{RFEM} 的樣本平均值大 $1.09 - 1 = 9\%$ ($q_u^{FEM(RA1)}$ 是不保守的)。另外， $r_{COV} = 0.53$ ，說明， $q_u^{FEM(RA1)}$ 的樣本 COV 比 q_u^{RFEM} 的樣本 COV 小 $1 - 53\% = 47\%$ 。對於 Level II 的比較結果顯示 q_u^{RFEM} 與 $q_u^{FEM(RA1)}$ 樣本非常不同：二者樣本不接近 1:1 線 (RMS = 0.32) (圖 7c)。

基於上面 Level I 與 Level II 的比較結果，本研究發現當 $\delta = 1000\text{ m}$ 時，空間平均的概念似乎可以描述 τ_f 空間變異性對 q_u 的影響，但是，當 $\delta = 0.2\text{ m}$ 時， q_u 的行為無法僅以空間平均的概念所解釋且僅考慮空間平均是不保守的，更多案例的樣本比較結果說明如下。

考慮 $B = 3\text{ m}$ ， $\mu = 20\text{ kPa}$ ， $COV = 0.3$ 與 SOF ($\delta = 2\text{ m}$, 5 m , 10 m , 100 m 與 1000 m)，Level I 與 Level II 的比較結果整理表 2。Level 結果顯示：當 $\delta \geq 5\text{ m}$ 時，($q_u^{FEM(RA1)}$, $q_u^{FEM(RA2)}$) 似乎可以取代 q_u^{RFEM} ，因為其機率分布相同 (p-value > 0.05)。然而，Level II 的結果顯示：只有 $\delta = 1000\text{ m}$ 的案例說明 ($q_u^{FEM(RA1)}$, $q_u^{FEM(RA2)}$) 可以取代 q_u^{RFEM} (RMS < 0.1)。

當 $\delta = 2\text{ m}$ 時， r_μ 明顯大於1，即 $(q_u^{\text{FEM(RA1)}})$ ， $(q_u^{\text{FEM(RA2)}})$ 偏向不保守。

註：本研究利用 Matlab 軟體撰寫程式，將均質情況之 inp 檔進行改寫，自動將隨機場樣本填進有限元素網格中，最後以 DOS 指令啟動執行新改寫之 inp 檔案進行 RFEM。同時透過 Putty 與 Xing 軟體連結叢集電腦(Cluster)執行分散運算以縮短大量樣本運算之時間。

4.2 討論

如前所述，滿足 Level I 檢核表示其樣本的機率分布相近($p\text{-value} > 0.05$)，滿足 Level I 檢核表示其樣本靠近 1:1 線 ($\text{RMS} < 0.1$)。研究發現當 $\delta = 2\text{ m}$ ($< B$)時，Level I 與 Level II 都無法滿足檢核標準，而 $\delta = 1000\text{ m}$ ($>> B$) Level I 與 Level II 總是滿足檢核標準。對於 $\delta = 5\text{ m}$ ， 10 m 與 100 m 的案例，結果顯示 Level I 總是滿足檢核標準，但 Level II 則無法通過檢核標準。藉由以上觀察似乎得知：假若目標是求得相同的 q_u 機率分布，利用空間平均概念取代真實空間變異性是可以被接受的，前提是當 $\delta \geq 5\text{ m}$ 。但是，假若目標是求得正確的 q_u 值，則空間平均概念取代真實空間變異性之概念唯有當 $\delta = 1000\text{ m}$ (接近均值土壤)才能被接受。

五、結論

本研究利用 Abaqus 有限元素分析軟體結合隨機場初探具空間變異性土壤其參數的空間平均對淺基礎承载力之影響，並進一步釐清參數的空間變異性能否有效地以單純的空間平均概念所取代？研究發現，假若目標是求得相同的機率分布(Level I)，則空間平均取代真實空間變異性是可以被接受的，前提是 $\delta \geq B$ 。但是，假若目標是求得正確的 q_u 值，則空間平均無法取代真實空間變異性，除非 $\delta >> B$ (接近均值土壤)。

雖然本研究僅初步探討空間平均概念對淺基礎承载力之影響，但同時也釐清了單純的空間平均可能會帶來的問題與其適用性，相信研究所提之觀念對日後的

可靠度設計問題會有所助益。

六、參考文獻

- [1] Vanmarcke, E.H. "Probabilistic modeling of soil profiles." ASCE Journal of Geotechnical Engineering Division, Vol. 103, No. 11, 1977, pp.1227-1246.
- [2] Cherubini, C. "Reliability evaluation of shallow foundation bearing capacity on c- ϕ soils." Canadian Geotechnical Journal, Vol. 37, 2000, pp.264-269.
- [3] Cho, S.E. and Park, H.C. "Effect of spatial variability of cross-correlated soil properties on bearing capacity of strip footing." International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 34, No. 1, 2009, pp.1-26.
- [4] Fenton, G.A., Griffiths, D.V. "Probabilistic foundation settlement on a spatially random soil." ASCE Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Vol. 128, No. 5, 2002, pp.381-390.
- [5] Fenton, G.A., Griffiths, D.V. "Bearing capacity prediction of spatially random c- ϕ soils." Canadian Geotechnical Journal, Vol. 40, 2003, pp.54-65.
- [6] Fenton, G.A., Griffiths, D.V., Williams, M.B. "Reliability of traditional retaining wall design." Geotechnique, Vol. 55, No. 1, 2005, pp.55-62.
- [7] Fenton, G.A., Griffiths, D.V. Risk Assessment in Geotechnical Engineering. New York: John Wiley & Sons; 2008.
- [8] Griffiths, D.V., Fenton, G.A. "Bearing capacity of spatially random soil: The undrained clay Prandtl problem revisited." Geotechnique, Vol. 54, No. 4, 2001, pp.351-359.
- [9] Griffiths, D.V., Fenton, G.A., Manoharan, N. "Undrained bearing capacity of two-strip footings on spatially random soil." ASCE International Journal of Geomechanics, Vol. 6, No. 6, 2006,

- pp.421-427.
- [10] Sourbra, A.H. Massih, Y.A. and Kalfa, M. “Bearing capacity of foundations resting on a spatially random soil.” GeoCongress 2008: Geosustainability and Geohazard Mitigation (ASCE GSP 178), New Orleans Louisiana USA, 2008, pp.66-73.
- [11] Honjo, Y., Otake, Y. “A simple method to assess the effects of soil spatial variability on the performance of a shallow foundation.” Foundation Engineering in the Face of Uncertainty (ASCE GSP 299), 2013, pp.385-404.
- [12] Hu, Y.G. and Ching, J. “The critical scale of fluctuation for active lateral forces in spatially variable undrained clays.” Computers and Geotechnics, Vol. 57, 2014, pp. 24-29.
- [13] Hu, Y.G. and Ching, J. “Impact of spatial variability in undrained shear strength on active lateral force in clay.” to appear in Structural Safety, 2014.
- [14] Fenton, G.A., Vanmarcke, E.H. “Simulation of random fields via local average subdivision.” ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 116, No. 8, 1990, pp.1733-1749.
- [15] Ching, J. and Phoon, K.K. “Mobilized shear strength of spatially variable soils under simple stress states. Structural Safety, Vol. 41, 2013, pp.20-28.
- [16] Vanmarcke, E.H. Random Fields: Analysis and Synthesis. Cambridge Mass: MIT Press, 1984.
- [17] Phoon, K.K. Reliability-Based Design of Foundations for Transmission Line Structures. Ph.D. Dissertation, Cornell University, 1995.
- [18] Jha, S.K., Ching, J. “Simulating spatial averages of stationary random field using Fourier series method.” ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 139, No. 5, 2013, pp.594-605.
- [19] Das, B. M. Principles of Geotechnical Engineering. Seventh Edition, PWS Publishing Company, Boston, 2009.

七、表格

表 1 不排水剪力強度之固有變異性(摘自：表 4-1[17])

Property	Soil Type	Property COV (%)	
		Rang	Mean
$s_u(UC)$	Fine-Grained soils	6 - 56	33
$s_u(UU)$	Clay, Silt	11 - 49	22
$s_u(CIUC)$	Clay	18 - 42	32
s_u^c	Clay	6 - 80	32

UC = unconfined compression test;

UU = unconsolidated undrained triaxial compression test;

CIUC = consolidated isotropic undrained triaxial compression test;

s_u^c laboratory test type not reported

表 2 不同 SOFs 之 Level I 與 II 比較結果

SOF (m)		2	5	10	100	1000	
q_u^m v.s. q_u^{RA1}	Level I	p-value for K-S test	0.00 (reject)	0.44 (non-reject)	0.10 (non-reject)	0.68 (non-reject)	0.99 (non-reject)
		$r_\mu = (\text{mean of } q_u^{RA1}) / (\text{mean of } q_u^m)$	1.09	1.00	1.06	1.01	1.00
		$r_{COV} = (\text{COV of } q_u^{RA1}) / (\text{COV of } q_u^m)$	0.53	0.77	0.91	0.97	0.99
	Level II	RMS	0.32	0.52	0.47	0.25	0.07
q_u^m v.s. q_u^{RA2}	Level I	p-value for K-S test	0.00 (reject)	0.14 (non-reject)	0.14 (non-reject)	0.56 (non-reject)	0.99 (non-reject)
		$r_\mu = (\text{mean of } q_u^{RA2}) / (\text{mean of } \sigma_f^m)$	1.08	1.01	1.07	1.01	1.00
		$r_{COV} = (\text{COV of } q_u^{RA2}) / (\text{COV of } q_u^m)$	0.41	0.65	0.81	0.97	0.99
	Level II	RMS	0.31	0.52	0.44	0.23	0.07

八、圖片

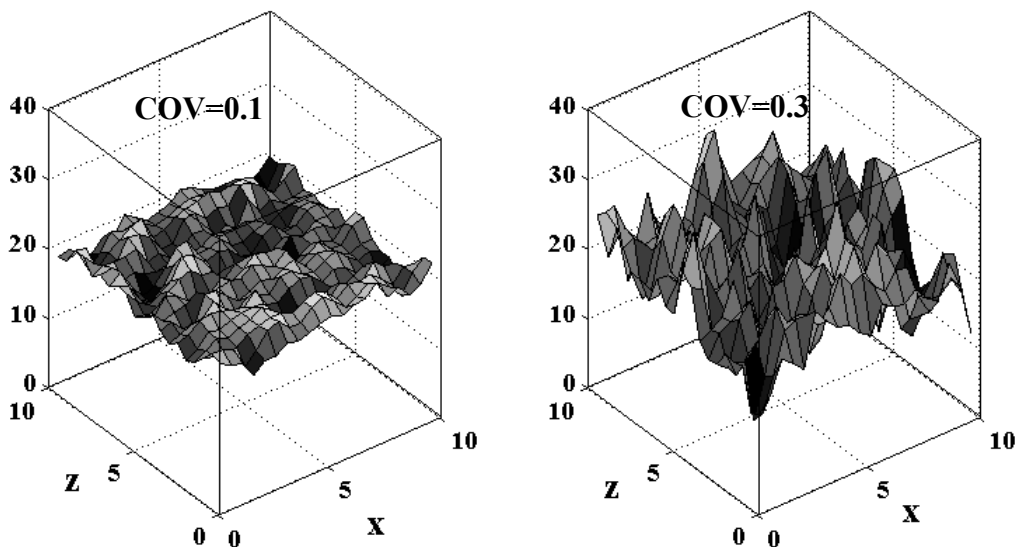


圖 1 不同 COV 之二次隨機模擬示意圖($L_x \times L_z = 10 \times 10$, $\mu = 20$ kPa, $\delta_x = 1$ m, $\delta_z = 1$ m)

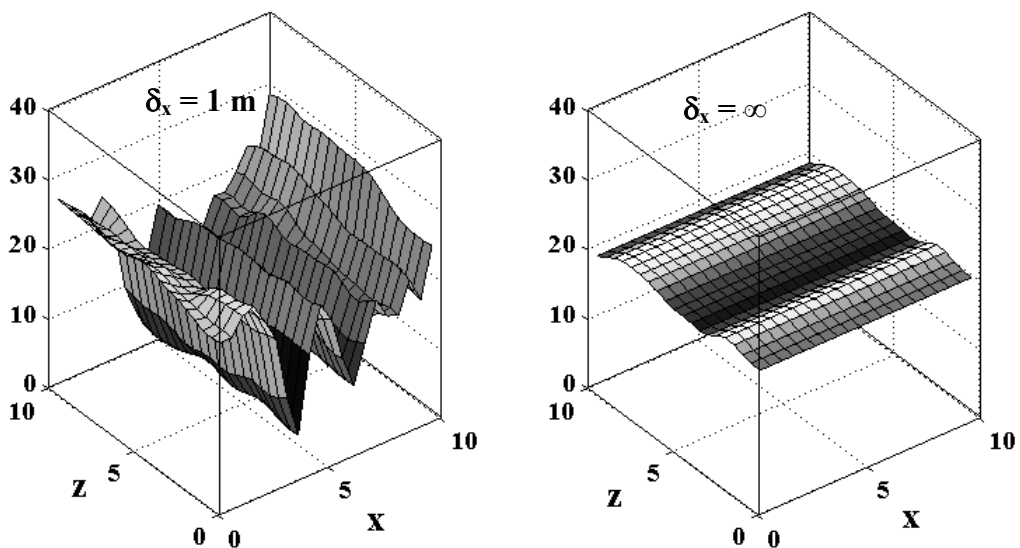
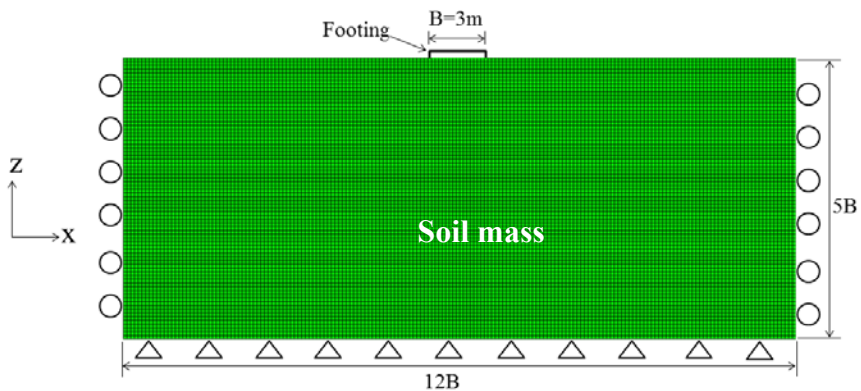
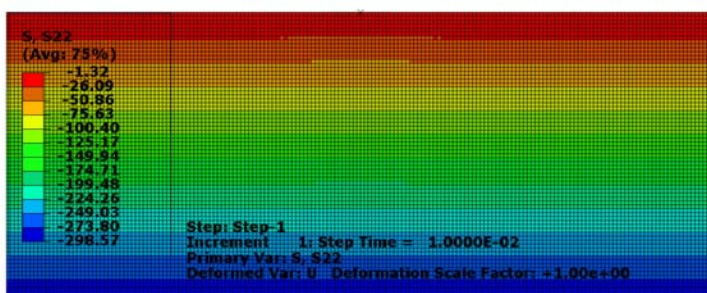


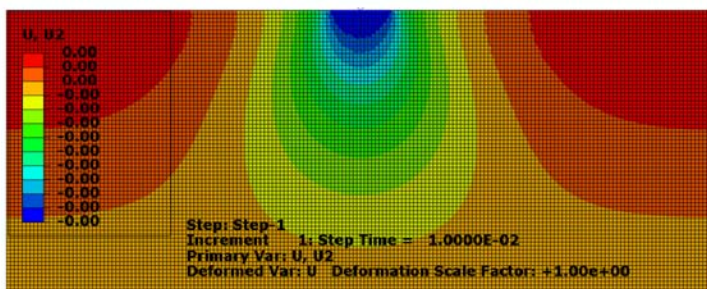
圖 2 不同 δ_x 之二次隨機模擬示意圖($L_x \times L_z = 10 \times 10$, $\mu = 20$ kPa, $\delta_z = 100$ m)



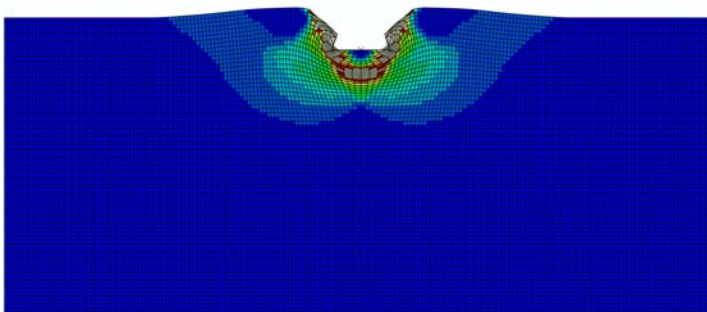
(a) FEM 模型(無變形網格)



(b) Geostatic-S22



(c) Geostatic-U22



(d) PEEQ(變形後塑性區的變形網格)

圖 3 FEM 模型與均質土壤分析結果

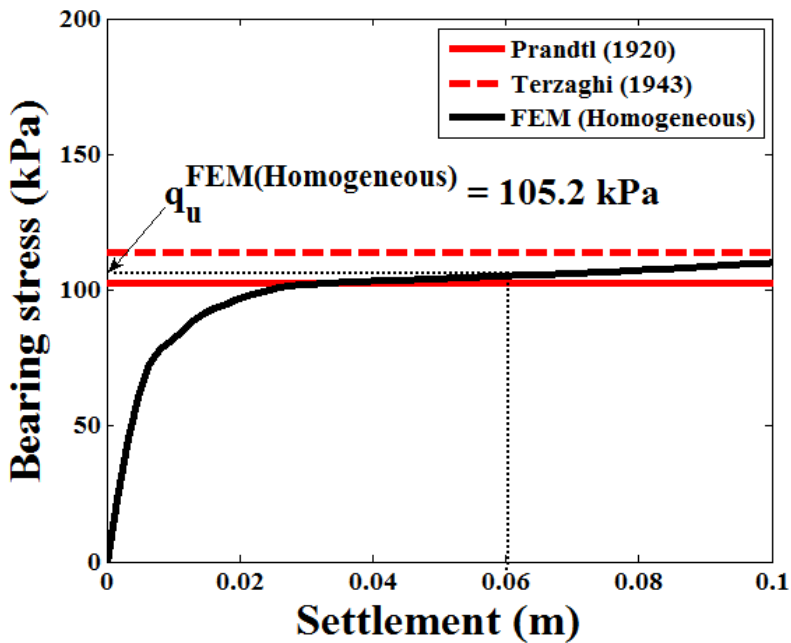
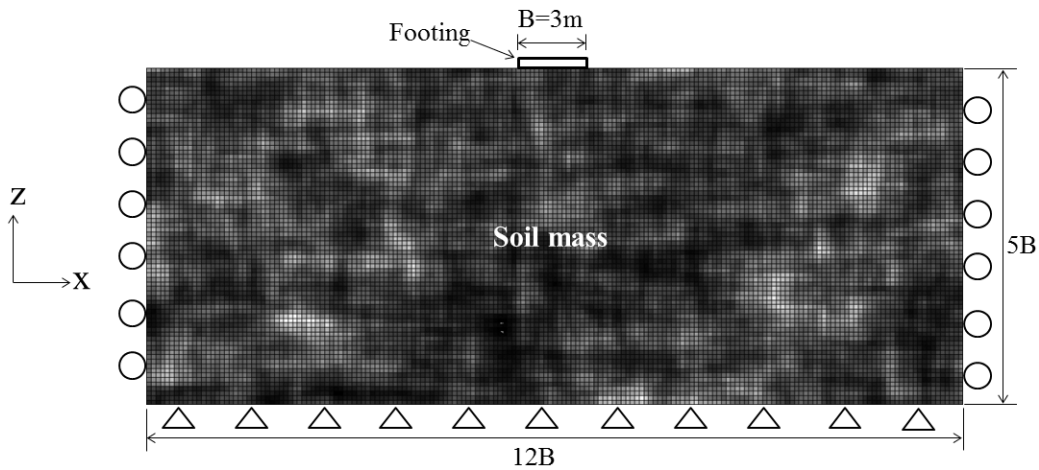
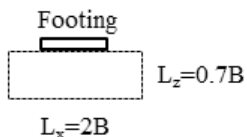


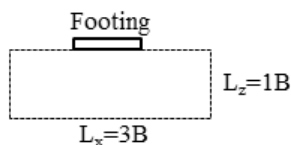
圖 4 基礎沉陷量與承载力之關係圖(均質土壤)



(a) RFEM 模型

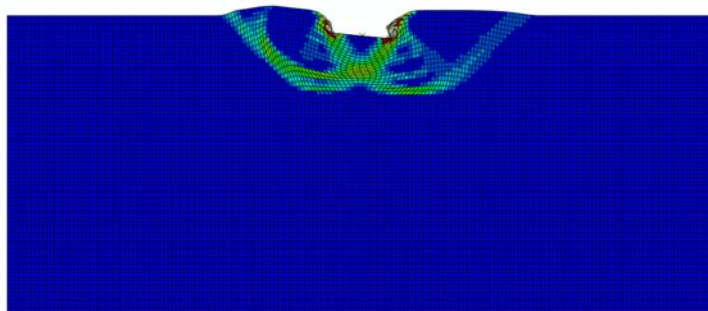


(b) 平均區域 = $2B \times 0.7B$

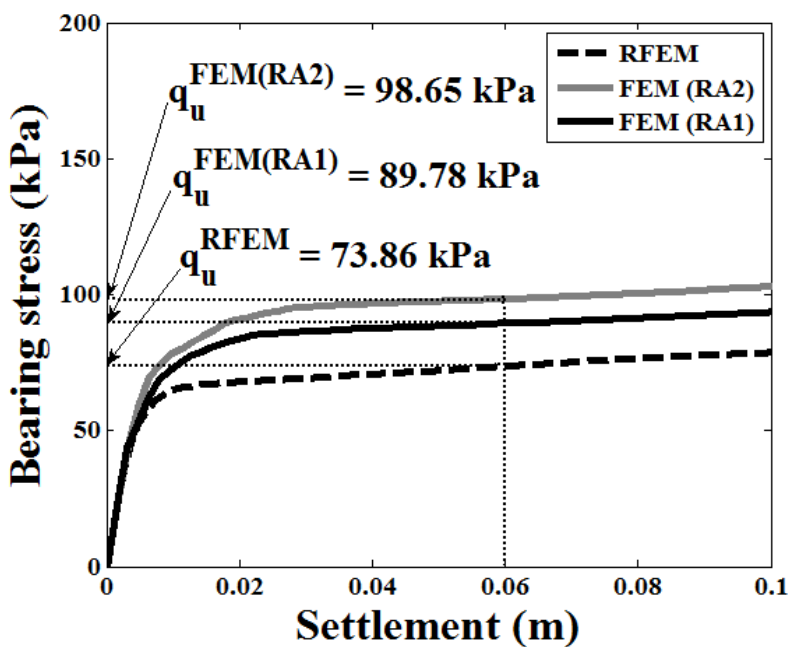


(c) 平均區域 = $3B \times 1B$

圖 5 RFEM 模型與平均區域示意圖



(a) PEEQ(變形後塑性區的變形網格)



(b) 基礎沉陷量與承载力之關係圖(τ_f 隨機場)

圖 6 RFEM 分析結果(某次 τ_f 隨機場取樣： $B = 3 \text{ m}$ ， $\mu = 20 \text{ kPa}$ ， $\text{COV} = 0.3$ 與 $\delta = 2 \text{ m}$)

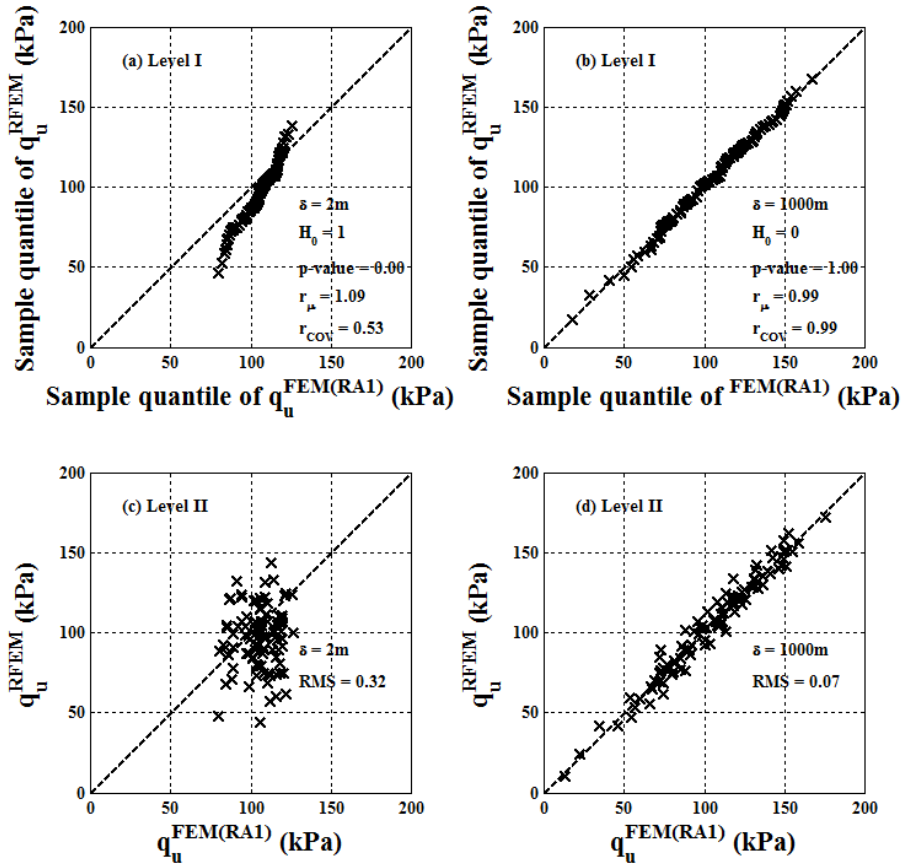


圖 7 q_u^{RFEM} 與 $q_u^{FEM(RA1)}$ 在二種關聯性長度(SOFs)情況下之 Level I 與 II 比較結果