

## 應用 Abaqus 於軌道車輛錐形主簧結構剛度特性之模擬

張維敏\* 張正雄\* 臧祥甫\* 黃為國\*\* 謝文彥\*\* 吳昌謀\*\*\*

\*中山科學研究院第二研究所

\*\*中山科學研究院第一研究所

\*\*\*逢甲大學纖維與複合材料學系

### 摘要

本文內容係與國內民間橡膠廠透過經濟部科專之振興傳產計畫，合作研製捷運車輛轉向架錐形橡膠-金屬複合減振主簧的部分成果。軌道車輛轉向架橡膠主簧結構的垂直向剛度與動態側向剛度為最重要的產品規格，多方向剛度的要求可以改善車輛乘坐的舒適性，並能提升軌道車輛營運的速度。軌道車輛轉向架橡膠-金屬複合主簧的多方向剛度規格較為複雜，機械或結構工程師並無法應用傳統的結構力學知識，設計一具滿足多方向剛度規格之轉向架錐形主簧。在本項計畫進行的期間，我們成功地應用專長於線性及非線性有限單元分析的工程應用軟體 Simulia ABAQUS/Standard，建立捷運系統車輛轉向架橡膠-金屬複合減振錐形主簧結構多方向剛度的數值模擬方法。這項研發成果，期能協助國內橡膠工業界落實開發嶄新構型軌道車輛轉向架主簧多方向剛度設計的技術能力。

**關鍵字：**錐形減振主簧、橡膠結構力學、超彈性材料組成律

### ABSTRACT

This paper demonstrates the preliminary achievements of a joined project with a civil rubber plant in the development of a bogie's rubber-metal compound primary suspension. The functions of a primary suspension are to provide ride quality and to promote the running speed of a railway train. To guarantee the above functions, the vertical stiffness and dynamic lateral stiffness of the primary suspension are the most important specifications that any innovation design must meet. Due to the sophisticated requirements of the multi-directional stiffness, it is not easy for an engineer to apply general knowledge of structural mechanics to design a qualified product. A powerful simulation tool, Simulia ABAQUS/Standard, has been utilized successfully to compute numerically the vertical and lateral stiffness of the primary suspension of Taipei Metropolitan Rapid Transit System. The strength of the co-operative rubber plant in the design skill of the multi-directional stiffness of rubber mounts should also be enhanced dramatically. Furthermore, a totally new version of a bogie's primary suspension should be created by the domestic rubber industry through the assistance of this project.

**Keywords:** rubber elasticity; geometric and material nonlinearities; primary suspension; vertical and lateral stiffness

### 一、緒論

橡膠材料早在19世紀就被廣泛應用。由於它具有有良好的彈性特性，被廣泛應用於承載重型結構軸承、密封件、吸收振動的襯墊、連接器、輪胎等，可見橡膠材料作為一種高分子彈性體材料，已成為現代化工及機械工業重要組成部分。橡膠是由化學式 $C_5H_8$ 連續結合而成的鏈狀高分子聚合物，在其加入硫或者其他無機物之後，化學鏈便相互搭橋形成網狀架構，從而成為具有超高彈性、體積幾乎不發生變化（即近似不可壓縮）、容許大變形的非線性固體材料。但是橡膠結構具有的材料非線性、幾何非線性特性，也給橡膠減振元件的設計工程師帶來了很大的困難。

無論是在國防或是民生工業，橡膠元件都得到廣泛的應用。其中，橡膠元件在鐵路軌道車輛上，最重要也最廣泛的應用是在車輛轉向架上的主懸吊、以及次懸吊減振結構。在國內外參考技術文獻之中，並不容易找到轉向架主懸吊或是次懸吊橡膠-金屬複合減

振器多方向剛度設計的資訊，因為這些資訊多屬於製造公司的機密。國內橡膠工業目前亦仍缺乏這方面的設計能力。本項研究的目的，即在經濟部振興傳統產業科專計畫的支持下，協助國內配合廠商，嘗試建立主懸吊錐形橡膠-金屬複合減振主簧多方向剛度設計的關鍵技術能量。

### 二、應用於軌道車輛之橡膠減振器

橡膠彈性元件在軌道車輛中的重要作用在於：軌道車輛在營運過程中，會受到來自輪軌間強烈的瞬時衝擊載荷，不僅會引起軌道車輛的破壞，也會導致軌道車輛的強烈共振。為衰減這些衝擊和振動，在車輪輪對和車廂結構之間、轉向架和車體之間以及其他各種關節之間都安裝有彈性元件。這些彈性元件僅有少部分係採用金屬材料元件的，多數情況是採用橡膠彈性元件。因為與金屬元件相比，橡膠彈性元件在滿

足軌道車輛動力學性能方面有著以下顯著的特點與優勢：

### 2.1 非線性剛度特性

非線性剛度特性是橡膠彈性元件的一個顯著特點。一般橡膠元件的剛度曲線(亦即負荷-變形曲線)，前面曲線大部分基本表現為平緩，即呈現穩定的剛度，到後面隨著載荷的增加，其剛度會急劇上升，而位移增加很少；這種特性很符合軌道車輛的動力學要求。在軌道車輛正常營運時，衝擊載荷相對較小，相應產生一定剛度以達成平穩行駛。但是當軌道車輛遭受意外情況，產生強大衝擊載荷時，橡膠減振元件能迅速產生大的抵抗力，防止因位移過大造成軌道車輛異常營運而發生事故。

### 2.2 具有多向剛度特性

軌道車輛要平穩高速營運，需要減弱或衰減來自垂向、橫向和縱向等各個方向的不同衝擊，亦即需要滿足其垂向、橫向和縱向的各個方向動力學性能要求。因此，在軌道車輛上對各種柔性連接零件都會有三方向剛度的要求。作為軌道車輛上用來滿足這些性能要求的橡膠彈性元件，也必須具有多方向剛度特性。例如：一般情況下，軌道車輛上來自縱向的衝擊較大，在過彎道的時候會產生一定的橫向衝擊，垂向的衝擊加速度相對較小。因此，一般會要求軌道車輛轉向架橡膠彈簧的縱向剛度較大，需要大於橫向剛度，而垂向剛度設定最小，這一多方向剛度的要求，可以改善車輛乘坐舒適性，並能提升車輛營運速度。而一般金屬元件很難滿足，橡膠減振元件則可以透過局部結構形狀設計的改變、橡膠材料的配方調整、生產工藝的提升等方面綜合考量，比較容易達到這個多方向剛度規格。

軌道車輛中，常應用許多的橡膠彈性元件，其目的為消除剛性摩擦，改善振動及降低噪音效果。現代軌道車輛，大量使用各種橡膠彈性元件用以牽引、驅動、連接、支承之用。其中，在軌道車輛轉向架上彈性元件用得最多的部位是：主懸吊裝置、次懸吊裝置和牽引懸吊裝置。可以說，沒有適當的彈性減振元件用於軌道車輛的主懸吊及次懸吊，則軌道列車的舒適性、平穩性將無法得到保證，沒有彈性減振元件用於軌道車輛牽引與懸吊，亦無法達成軌道列車營運速度的提昇。

## 三、有限單元法與減振橡膠設計

有限單元法(Finite Element Method)是現代各工程領域應用最廣泛的數值計算方法。在金屬產品方面已經得到非常有效的應用，在橡膠產品開發方面也已經可以獲得較理想的模擬效果。本節從有限單元法在軌道車輛橡膠產品設計中的應用，橡膠元件有限單元分析應該注意的地方，到橡膠產品有限單元法的今後發展趨勢，以及橡膠基本力學特性等，分別進行介紹。

### 3.1 有限單元法在橡膠產品設計中的應用

#### 1. 從數值模擬結果上預測橡膠減振產品的疲勞性能和疲勞破壞位置

透過對軌道車輛系統的分析，能夠較準確地得到橡膠產品，在軌道車輛系統營運過程中主要承受的載荷形式和載荷大小。再運用有限單元法建立與實際設計相符合的產品數值結構分析模型，就可以準確計算出橡膠減振元件的應力或應變集中區域，預測橡膠產品疲勞破壞的最可能位置，從而找出橡膠產品最薄弱環節，可以為橡膠減振產品的結構形狀優化、以及提升疲勞性能奠定基礎。

#### 2. 計算橡膠產品硫化過程產生的熱收縮變形和收縮應力應變

橡膠產品在硫化反應過程中往往會在自由表面產生熱應變，熱應變也是產品產生疲勞破壞的一種主要應變形式。可以透過有限單元法的協助，改變橡膠產品自由面形狀，以降低產品自由面收縮熱應力。

#### 3. 橡膠減振結構優化設計

這是應用有限單元法，在橡膠產品設計改造中的一個非常重要的用途。透過結構優化設計可以減小應力及應變集中，使得橡膠產品在實際承載工作負荷時，結構應力及應變分佈比較均勻，最終提升減振橡膠產品的使用壽命，改善橡膠產品的疲勞性能。

#### 4. 透過結構數值模擬配當三方向剛度規格

應用有限單元法在數值上預測橡膠減振產品的三方向剛度，並透過與橡膠減振器實體剛度試驗進行比對，若計算結果達到要求，可將該模型直接應用在軌道車輛系統數學模式之中，進行軌道車輛系統的動力學分析。當主簧剛度設計技術成熟之後，更可以協助廠商大量節省開模、試模、修模的時間與金錢的花費。

### 3.2 橡膠產品有限單元分析需注意的地方

任何材料產品的有限單元分析程序，基本上都是一致的。都需要建模、加載、求解方法選擇和求解控制、結果輸出和後處理等步驟。就橡膠產品材料而言，由於材料的超彈性(Hyperelastic)，材料組成律的多樣性，在計算過程中往往需要從以下幾點加以注意：

#### 1. 選擇合適的橡膠材料組成律

橡膠材料組成律的選取合理性，直接關係到橡膠製品有限單元計算結果的準確度。如果橡膠材料的基礎實驗數據齊全，如同時具備單軸拉伸、等軸拉伸和平面拉伸等實驗數據，則盡量採用高階的Ogden模型或是完全多項式模型。如果橡膠試片實驗數據不齊全，例如只有單軸拉伸實驗數據，就儘可能採用減縮多項式模型，如：小應變的 neo-Hookean、Mooney-Rivlin 和中等應變的 Marlow 模型，而最好不要使用 Ogden 模型或完全多項式模型[1,2]。

#### 2. 單元選擇與網格加密

由於橡膠產品材料的非線性剛度特性，在一般載荷下都會產生幾何大變形，為防止單元嚴重畸變，一般要求橡膠單元為六面體，不重要的邊角可以為自由網格的高階四面體單元。在計算極度變形的情形下，採用網格加密的方法不一定能獲得好的效果，往往需要根據網格極度變形時的實際變形情況來進行劃分，以減少單元的嚴重畸變，加速非線性數值求解器(Solver)的收斂。

### 3.有限單元計算結果要與試驗相結合

一般而言，單憑一次的橡膠結構元件的有限單元分析，很難得到理想的結果。往往需要透過試驗來檢驗數值計算結果的準確度，再調整分析方法或橡膠材料模型重新進行計算，方能得到較好的數值模擬結果。軌道車輛橡膠產品最終還需回歸到軌道車輛系統，透過軌道車輛系統的檢驗或是車輛系統動態數學模型模擬，以檢驗是否滿足軌道車輛系統在多方向剛度、結構等各方面的要求，以達到橡膠減振產品設計的最終目的。

### 3.3 橡膠基本力學特性

橡膠的力學特性很複雜，隨著其成分、溫度、與振動頻率等因素的變化很大，但也具有一些共同的基本力學特性。與工程上關係最密切的特性有：超彈性、黏彈性、Mullins效應等。

#### 1.大變形和高彈性特性

在連體力學中，彈性材料有以下特性：

- (1).施加一定載荷，變形瞬時發生；
- (2).載荷卸除後，材料完全回復到初始狀態；
- (3).應力和應變之間存在一對關係；
- (4).存在一個應變能函數，應力可以從應變能函數求得。

具有最後一個特性的材料稱之為超彈性材料，橡膠是一種最重要的超彈性材料。橡膠的超彈性材料組成律，最重要的是確定合適的應變能函數形式，各較通用的結構分析套裝軟體，都有單一單元測試功能，以協助使用者選擇較佳的應變能函數[3,4]。

#### 2.黏彈性特質

橡膠產品在使用時，都會呈現明顯的時間、溫度相關性和能量損耗等黏彈性性能。這些黏彈性力學行為主要包括：潛變、應力鬆弛、載荷速率效應、頻率相關性、溫度倚賴性等。橡膠的黏彈性行為本質上是非線性的，橡膠減振器的承載能力、強度與壽命均與其非線性黏彈性有關。潛變和應力鬆弛現象，在軌道和道路車輛工程上認為是不良的材料力學行為。載荷速率效應和頻率相關性影響材料的阻尼，也因此影響橡膠產品的抗振性能。橡膠材料與溫度的倚賴性也很明顯，在一定溫度範圍內，溫度升高會加速潛變和應力鬆弛的程度；另外在低溫情況下，橡膠會表現嚴重的硬化現象，導致橡膠產品的剛度會迅速增加[5]。

#### 3.靜力軟化特性和動力軟化特性

實際應用上，橡膠材料通常含有大量的特種填料，通常是碳黑，約佔體積分數的30%。增加填料會使材料的剛性比預期分子結構的剛性要高2~10倍。其次，材料會顯現一定程度的觸變性(Thixotropic)，材料的彈性模數在變形以後會降低，隨著變形次數的增加，彈性模數減少的越多，相應的初始應變會越大。觸變現象反映了橡膠分子與填料粒子間弱鍵的破壞。填料橡膠這種靜力觸變軟化特性也叫Mullins效應。動力軟化特性則是指儲存模量隨應變幅度的增大而減小，損耗模量隨應變幅度的增大而增大，在達到一個最大值後減小，該特性也稱Payne效應。橡膠的這兩個軟化特性都很重要，對新的橡膠應變能函數的建立都需要加以考慮[1,5]。

### 3.4 有限單元法應用在橡膠產品分析的發展趨勢

橡膠產品的有限單元分析技術今後的發展趨勢，主要集中在以下幾個方面：

- (1).發展出能夠更精確嵌合橡膠靜、動態變形的超彈性材料組成模型。
- (2).發展出能夠更精確模擬橡膠靜力軟化特性(Mullin)之效應和動力軟化(Payne)特性效應的橡膠材料模型。
- (3).針對大變形的橡膠結構元件，能夠充分利用有限單元軟體網格重劃功能，由手動網格劃分到自動網格劃分，由二維網格重劃到三維網格重劃。
- (4).有限單元分析技術對於橡膠結構元件失效及疲勞問題的模擬能夠有更大的突破，使得能夠更準確的預測橡膠減振元件之破壞應力及應變，或能夠更準確地預估其使用壽命。

## 四、轉向架錐形主簧之材料與分析模型

### 4.1 問題敘述與橡膠材質

經濟部振興傳產科專計畫的配合廠商，委託本院協助研製捷運車廂轉向架錐形橡膠減振主簧(亦即一次懸吊主簧)。本節記載捷運車廂轉向架錐形減振主簧研製的歷程。先期的研發工作，係以台北捷運車廂轉向架錐形減振主簧為產品開發的標的，以在台北捷運營運線上的轉向架主簧結構(原為德國 Siemens 公司製造)為研究對象，進行逆向工程的研究，探討其各方向剛度規格的设计與研究合適的橡膠減振主簧剛度之數值模擬方法。更進而能夠協助國內科專配合廠商開發出具有不同幾何構型之自主智慧財產權的產品。

在本項研究中，我們分別採用較為複雜的 Mooney-Rivlin 超彈性(亦即非線性彈性)橡膠材料組成律，以及較為簡單的線性彈性材料組成律與適當的橡膠初始剪切模數(Shear Modulus)，進行捷運車廂轉向架錐形減振主簧垂直剛度與縱向、橫向剛度的數值模擬。國外參考文獻可以搜尋到形狀較為簡單之純剪切型錐形減振器垂直剛度的模擬技術文件[6]。但是對於本項研究之標的，同時具有剪切及彎曲變形之台北捷運列車轉向架錐形主簧的垂直剛度，以及承受垂直荷重後之動態橫向與縱向剛度的近似模擬技術，則尚無法搜尋到相關技術資料。

其中，應用線性彈性材料組成律的橡膠元件設計方法，係假定橡膠結構的使用仍在彈性模數或剪切模數的線性範圍之內，這一假設通常適用於橡膠結構之剪切應變小於75%~100%，拉伸及壓縮應變小於30%的設計狀況。另外，由於目前所能獲得的橡膠基本材料試驗數據相當有限，在此根據參考文獻[1]的建議，應用 Mooney-Rivlin 超彈性材料組成律，以進行轉向架錐形主簧結構垂直與橫、縱向剛度之非線性分析。

硬度為橡膠的一個重要材料參數。試驗結果顯示，橡膠的剪切模數與彈性模數主要取決於橡膠的硬度，而且橡膠材料之剪切模數為橡膠結構減振元件設計的一個最重要的設計參數。橡膠剪切模數是隨著橡膠硬度的增大而增加的，但是由於各國或是國內各橡

膠廠的配方存在差異，對於同一硬度的橡膠，它們的剪切模數亦可能存在一定的差異性。此一現象肇因於不同的交聯程度與油的稀釋作用，以及不同比例的填料。因此，按不同剪切模數計算求得的橡膠元件剛度也可能存在一定的差異。對於年度科專振興傳產計畫而言，建立量測橡膠剪切模數的試驗裝置，係轉向架橡膠減振主簧元件開發的關鍵試驗能量。

在剪切試驗設備準備妥善之前，我們根據台北捷運車廂轉向架錐形減振器解剖實體的橡膠硬度測試值 Shore A 70<sup>0</sup>，並參考相當普及的機械設計教本[7]或是機械設計手冊[8]中的資料，取錐形主簧橡膠材料之初始剪切模數  $G$  為 172psi(=0.12087kgf/mm<sup>2</sup>)以進行後續轉向架錐形主簧剛度的模擬分析。

Mooney-Rivlin 應變能函數中的材料參數  $C_1$ (原型式為  $C_{10}$ )與  $C_2$ (原型式為  $C_{01}$ )與初始剪切模數  $G$  相關，其關係式如下[1]：

$$G = 2(C_1 + C_2) = 2C_1 \left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right) \quad (1)$$

對於近似不可壓縮的橡膠材料(泊松比近似於0.50)，其初始彈性模數可近似為

$$E \approx 3G \quad (2)$$

Mooney-Rivlin 超彈性材料組成律中的材料常數  $C_1$  與  $C_2$ ，可以經由橡膠試片的基本拉伸材料試驗所確定。對於 Mooney-Rivlin 材料的單軸拉伸的特殊情況，應力-應變的關係如下：

$$\sigma = 2(\lambda - \lambda^{-2})(C_1 + C_2\lambda^{-1}) \quad (3)$$

可以繪製  $\sigma / [2(\lambda - \lambda^{-2})] - \lambda^{-1}$  圖形，當  $\lambda^{-1} = 1$  時，由截距可以得出  $C_1 + C_2$ ，而  $C_2$  則等於直線的斜率。真實的 Mooney-Rivlin 材料給出的是直線，而不是非線性曲線，但是大多數的橡膠彈性體並不會給出完全直線圖。Mooney-Rivlin 超彈性材料組成律中的材料常數  $C_1$  與  $C_2$ ，亦可經由初始剪切模數  $G$  及上述公式加以估算(假設幾組不同比例的  $C_2/C_1$ ，即可以推算出材料常數  $C_1$  與  $C_2$ )。本文即是採取經由初始剪切模數  $G$  推算出超彈性材料常數  $C_1$  與  $C_2$ 。表 1 為本文應用 ABAQUS/Standard 及其超彈性材料非線性分析功能時，所輸入的 Mooney-Rivlin 材料常數，參考文獻[1]中建議的  $C_2/C_1$  數值為 0.25。

## 4.2 錐形主簧之實體模型及結構分析模型

### 1. 錐形主簧實體模型

經濟部振興傳產科專配合廠商，由台北市捷運公司獲得了幾具裝置於捷運列車轉向架上的錐形減振主簧實體(列車型式編號為 321，轉向架之錐形橡膠-金屬複合減振主簧產品為德國 Siemens 公司所製造)。取其中幾具進行錐形主簧之垂直負荷-變形曲線試驗，並將其中一具進行解剖，以量取各金屬元件及橡膠塊的實際尺寸。該公司工程師再應用 3D 繪圖軟體，建構出主簧總成及各部元件的實體模型(圖 1 及圖 2)。

### 2. 主簧結構分析模型與邊界條件

捷運車廂轉向架上的錐形減振主簧，其幾何外型及模擬垂直剛度之負荷及位移邊界條件，都符合軸對稱結構分析模型之要求，故可以選用二維軸對稱分析模型以模擬其垂直剛度。但是為了考量橫向與縱向

剛度的模擬，就必須要採用固體單元所建構成的三維有限單元分析模型(圖 3)，由於此一錐形減振器幾何形狀的特徵，其縱向剛度與橫向剛度係相同的(以下統一稱之為側向剛度)。本文所使用之錐形主簧結構分析模型，並無考量金屬環狀隔板的開孔特徵，這是根據先前之研究，中間金屬環狀隔板的開孔特徵對轉向架主簧結構垂直向及側向剛度的影響程度並不明顯。

本項研究應用的前處理軟體為 I-DEAS，結構模擬計算及後處理軟體則是應用 ABAQUS/Standard 及 ABAQUS/CAE。由於必須考量橡膠材料的近似不可壓縮性，本項研究所選用的單元種類為：六面體固體單元，代號為 C3D8H 之線性雜交單元(Hybrid Element)。另一可用於考量橡膠材料的近似不可壓縮性的單元為 C3D8IH，此種單元為線性非諧和雜交單元(Incompatible Mode Hybrid Element)，其對於結構之彎曲變形與應力掌握得最好，但是此種單元對於變形或應變量較大的橡膠部分結構，會由於單元扭曲變形過大，而容易導致結構分析結果之準確性不佳，甚至於會有數值不容易收斂的情形發生。根據 ABAQUS 使用手冊[4]，此兩種雜交單元較不易發生體積自鎖(Volumetric Locking)的現象。

施加於捷運車廂轉向架錐形減振橡膠主簧的邊界條件，可以有以下兩種施加方式：

(1). 邊界條件施加方式一(適於模擬主簧之垂直剛度)：

垂直負荷係施加於中心軸頂端之節點上；三個位移自由度都固定之位移邊界條件施加於底板螺栓孔位之節點上。

(2). 邊界條件施加方式二(適於模擬主簧之垂直剛度及側向剛度)：

垂直負荷或側向負荷施加於底板螺栓孔位之節點上；三個自由度都固定之位移邊界條件施加於中心軸之上方節點。

## 五、轉向架錐形主簧剛度之模擬過程與結果

捷運車廂轉向架錐形主簧的垂直剛度及側向剛度為最重要的產品規格，任何主簧結構設計變更或是新開發之主簧產品，都首先需要滿足此一剛度性能規格。轉向架錐形主簧多方向剛度的要求，目的在於可以改善車輛乘坐舒適性，並且能提升軌道車輛營運的速度。本節的主要目的，在於應用線性及非線性有限單元分析功能，以及合理的橡膠材料模型的假設，進行台北捷運車廂轉向架錐形主簧剛度之模擬。

橡膠減振結構元件剛度的數值模擬，往往需要透過實體剛度試驗來檢驗數值模擬結果的準確度，再經過調整分析方法或橡膠材料超彈性模型重新計算，方能得到較好的數值模擬結果。本節將進行轉向架錐形橡膠減振主簧剛度的數值模擬，其中垂直剛度的模擬結果，將與由中科院一所結構及材料工程組的德國 Siemens 主簧實體垂直剛度試驗結果進行比對。另外，科專配合廠也前後執行了四具德國 Siemens 錐形減振器實體的垂直剛度試驗，表 2 即綜整了科專配合廠所進行之四具錐形主簧實體垂直剛度試驗的重要數據。

至於轉向架錐形減振器的動態橫向及縱向剛度

試驗，由於係規定在一定的垂直向預載下進行，係屬於雙軸向的動態剛度試驗，目前一所結構及材料工程組，仍缺乏是項試驗能量；而且二所結構熱傳組的結構試驗小組，目前亦缺乏是項試驗能量。因此，以目前的中科院相關結構試驗單位現有的能量，一時仍無法量測轉向架錐形主簧實體的動態側向剛度。是故本節後續轉向架錐形主簧側向剛度的數值模擬結果，仍無法與錐形主簧實體側向剛度的測試值進行比對，在此僅係將數值模擬結果與動態側向剛度規格的上下限值進行比較。

### 5.1 垂直剛度之模擬過程與結果

錐形主簧垂直剛度之數值模擬，視所採用之橡膠材料組成律之不同，可以應用 ABAQUS/Standard 的線性彈性分析功能或是材料與幾何非線性功能進行模擬，且僅需應用一個負荷步驟即可完成。

觀察捷運列車轉向架錐形主簧的垂直剛度實體試驗或規格曲線，雖然在較高的垂直承載負荷之下，其負荷-變形曲線會呈現明顯的非線性，但是在轉向架錐形橡膠主簧的實際應用狀況下(垂直承載負荷小於34.5KN)，其負荷-變形曲線仍是相當線性。因此給我們一個啟示，即進行捷運列車轉向架錐形橡膠主簧垂直剛度的模擬時，可以嘗試應用線性彈性的結構分析功能進行。

圖4為應用 ABAQUS/Standard 的線性彈性分析功能，且假設橡膠塊之剪切模數為 $0.12087 \text{ kgf/mm}^2$ ，泊松比為近似不可壓縮的0.4995，進行的垂直負荷-變形(亦即靜態垂直剛度)計算結果。圖4結果亦顯示，對於轉向架錐形橡膠主簧的垂直負荷-變形曲線模擬(在此一模擬中，最大垂直承載負荷為31.5KN)，無論是應用前述之邊界條件施加方式一或是邊界條件施加方式二，應用 ABAQUS/Standard 線性彈性分析功能，計算所得之負荷-變形數據與台北捷運轉向架錐形橡膠主簧實體垂直剛度試驗曲線之吻合度甚佳。但是線性彈性分析法，對於垂直承載負荷持續增加後，其數值模擬之對應垂直變形量將逐漸與主簧實體垂直負荷-變形試驗曲線偏離。

在此，再應用 Mooney-Rivlin 超彈性材料組成律及分析軟體 ABAQUS/Standard 的材料非線性分析功能，進行轉向架錐形橡膠主簧的垂直負荷-變形曲線模擬。圖5即為應用 Mooney-Rivlin 超彈性材料組成律，進行材料非線性分析，計算所得之轉向架錐形橡膠主簧的垂直負荷-變形數值與實體垂直剛度試驗曲線的比較圖。本圖特別標示負荷34.5KN 之方框為台北捷運321車箱轉向架錐形主簧建議的實際工作負荷範圍。

圖5結果亦顯示，在轉向架錐形橡膠主簧垂直位移量在30mm以下時，應用Mooney-Rivlin超彈性材料組成律所得之垂直負荷-變形數值與主簧實體試驗曲線相當接近。但是當數值模擬之錐形橡膠主簧垂直位移量在30mm以上時，數值模擬結果與實體測試結果會有較明顯的差異，但是在較大的垂直負荷作用下(垂直承載負荷大於建議工作負荷範圍最大值34.5KN之情況)，數值模擬結果仍能遵循轉向架錐形主簧實體試驗曲線的非線性變化趨勢。圖中記載了 $C_2/C_1=0.25$ 及 $0.50$ 等兩種Mooney-Rivlin材料常數之數

值模擬結果。結構分析結果顯示， $C_2/C_1=0.25$ 或是 $0.50$ 所得到的主簧垂直負荷-變形數值仍然很接近，亦即本例中 $C_2/C_1$ 數值的差異對轉向架錐形主簧垂直剛度分析結果的影響並不顯著。

### 5.2 側向剛度之模擬過程與結果

捷運車廂減振器靜態側向剛度的模擬，需要應用 ABAQUS/Standard 的幾何非線性的分析功能(若是應用超彈性材料組成律，則需再加上材料非線性的分析功能)，於負荷施加步驟中增加一NLGEOM=YES的參數，即可以開啟幾何及材料非線性的高階分析功能。靜態側向剛度的近似模擬需要兩個非線性分析步驟：

#### 1. 分析步驟一

於第一個非線性步驟中施加預載荷之垂直負荷，首先進行第一步的垂直變形分析，分析結束後將其結構力學分析結果當作第二個負荷步驟的初始條件。

#### 2. 分析步驟二

再於第二個非線性分析步驟中，繼續施加側向負荷或側向位移，進行靜態側向剛度的模擬。在此一步驟，需要將第一步驟所計算之垂直向位移予以束制，使得主簧垂直位移量保持一固定值，以與轉向架錐形主簧實體側向剛度試驗的邊界條件相近。

實際上，捷運車廂轉向架錐形主簧的側向剛度規格，係一動態側向剛度的規格。其測試係在一固定的垂直預載下，再施加頻率 2Hz，振幅 5mm 的動態邊界條件下，量測其動態側向剛度。本文中，我們採取的動態側向剛度近似數值方法為：先以有限單元法模擬其靜態側向剛度，再加上動靜剛度比  $K_d/K_s$  的修正因數。根據參考文獻[9]，天然橡膠材質減振器的動靜剛度比約在 1.1~1.4 的範圍中。由於捷運轉向架主簧的測試頻率，係屬於較低頻的測試，再根據參考文獻[10]橡膠-金屬複合錐形減振器的實體動靜態側向剛度的測試結果，本文中所採取的動靜剛度比的修正因數  $K_d/K_s$  為 1.15。

圖 6 即為應用以上兩步驟分析法，以及 ABAQUS/Standard 的非線性分析功能，計算轉向架錐形主簧在承受不同垂直負荷下側向剛度的分析結果圖。此圖顯示了捷運車廂轉向架錐形主簧的動態側向剛度的上下限區間，以及應用幾何非線性功能計算所得之靜態側向剛度數值，以及加上動靜剛度比  $K_d/K_s$  修正後之近似動態側向剛度值。另外，也將應用 Mooney-Rivlin 超彈性材料組成律於非線性材料模型中，計算所得之靜態側向剛度數值，及加上動靜剛度比  $K_d/K_s$  修正後之近似動態側向剛度值，都綜整在同一張圖上。觀察此圖顯示，在垂直預載負荷較大的情況下，有限單元數值計算所得之主簧側向剛度會略低於側向剛度規格之下限。根據參考文獻[1,2]可以得知對於一單軸拉伸試件，應用不同的超彈性材料組成律進行模擬，顯示 Mooney-Rivlin 組成律模擬的應力-應變曲線，在較高應變時，其數值計算之應力會明顯低於其他超彈性材料組成律的計算值，有較為軟化的情形發生。

### 5.3 中間金屬隔板厚度變化對剛度之影響

根據科專配合廠商提供的資訊，國外製作轉向



架錐形橡膠-金屬複合減振器的大廠，如：德國的 Simens 公司、或是英國的 ICON Polymer 公司，其所產製的轉向架主懸吊橡膠-金屬複合減振彈簧，或是次懸吊橡膠-金屬複合減振彈簧，各大廠對於中間金屬環狀隔板厚度，以及減振橡膠塊的厚度製作公差及空間位置的定位都控制得很嚴謹。科專配合廠商的工程人員，並不清楚何以這些公差為何要規定得這麼嚴格。本節將嘗試探討此一中間環狀隔板金屬件與橡膠塊厚度對主簧剛度影響之課題。根據科專配合廠商提供的實體模型，其錐形主簧中間環狀隔板的厚度分成以下三個設計狀況：

- (1).正常尺寸-中間隔板厚度為 4mm；
- (2).較厚尺寸-中間隔板厚度為 5mm；
- (3).較薄尺寸-中間隔板厚度為 3mm。

其中，較厚尺寸之設計，係由正常尺寸隔板分別向內外表面各增加 0.5mm。較薄尺寸之設計，係由正常尺寸隔板分別向內外表面各減少 0.5mm。

應用同樣的模擬方法，計算出各不同厚度設計狀況之轉向架錐形主簧靜態剛度值。對於側向剛度，再應用動靜剛度修正值  $K_d/K_s$  進行修正。圖 7 及圖 8 即為考量中間環狀隔板厚度變化的情況下，轉向架錐形主簧的垂直及側向剛度計算結果。

觀察圖 7 之轉向架錐形主簧垂直剛度受中間隔板厚度之影響，中間隔板厚度若是屬於較厚尺寸的設計，其垂直剛度會增加約 5.38%。中間隔板厚度若是屬於較薄尺寸的設計，其垂直剛度會減少約 5.04%。而再觀察圖 8 之錐形主簧側向剛度受中間隔板厚度之影響，中間隔板厚度若是屬於較厚尺寸的設計，其側向剛度會增加約 9.30%。中間隔板厚度若是屬於較薄尺寸的設計，其側向剛度會減少約 8.95%。

本節分析的目的，在於探討主簧中間環狀金屬隔板厚度變化對錐形主簧剛度之影響程度。在假設的三種隔板厚度變化下，錐形主簧剛度模擬結果顯示，對於錐形主簧之垂直剛度而言，仍在主簧垂直剛度規格曲線的容許範圍內(規格曲線雙向容差 $\pm 10\%$ )。但是對於錐形主簧側向剛度而言，中間隔板厚度的變化對側向剛度的影響就較為嚴重，極有可能因為中間隔板厚度的製造公差過於寬鬆，而導致成型後之轉向架錐形主簧的動態側向剛度，無法滿足捷運列車轉向架主簧動態側向剛度之規格(規格曲線單向容差 $+20\%$ )。此一分析結果的重要啟示為，廠商對於轉向架錐形主簧中間三層金屬隔板厚度與位置公差的控制不能過於寬鬆。若是公差過於寬鬆，則轉向架錐形主簧的動態側向剛度可能會不符合規格。

## 六、結論

本項研究係經濟部振興傳統產業計畫的部分研發成果，應用線性及非線性有限單元分析軟體 Simulia ABAQUS，進行轉向架錐形主簧產品的逆向工程研究。以目前在台北捷運營運之列車轉向架錐形主簧為研究對象，探討其最重要之垂直剛度與動態側向剛度的數值模擬方法。研發成果可以作為未來國內配合廠商發展新構型轉向架主簧之重要關鍵技術。

橡膠為高分子聚合物，其力學特性很複雜，隨著其成分、溫度、與振動頻率變化很大。本文中分別

應用較為單純之線性彈性及較為複雜的 Mooney-Rivlin 超彈性材料組成律，並以專長於線性及非線性結構分析套裝軟體 ABAQUS/Standard，進行轉向架錐形主簧垂直與側向剛度之數值模擬。

國外有關錐形減振器之參考文獻，可以搜尋到形狀較為簡單之剪切型錐形橡膠減振器垂直剛度的模擬技術文件。但是對於同時具有剪切及彎曲變形之台北捷運轉向架錐形主簧的剛度的模擬技術，則尚無法於國內外技術文獻中看到。

橡膠材料之剪切模數為橡膠結構元件設計的一個最重要的設計參數。對於年度科專振興傳產計畫以及未來發展其他形式之橡膠減振器，都應及早建立量測橡膠材料剪切模數的試驗能量。

經由比對主簧垂直剛度數值模擬結果與本院一所結構與材料工程組對於轉向架錐形主簧實體的垂直向負荷-位移曲線之試驗結果，驗證了本項研究計算所得轉向架主簧垂直剛度模擬結果的準確性。

根據轉向架錐形主簧側向剛度之模擬結果圖，在垂直預載負荷較大的情況下，數值計算所得之轉向架錐形主簧側向剛度計算值，會低於轉向架主簧側向剛度規格之下限。其原因係 Mooney-Rivlin 組成律模擬的應力-應變曲線，在較高應變時，其數值計算之應力，會明顯低於其他超彈性材料組成律的計算值。

本項研究亦探討中間環狀金屬隔板厚度變化對轉向架錐形主簧剛度之影響，在假設的三種環狀隔板厚度變化下，轉向架主簧剛度模擬結果顯示：對於主簧之垂直剛度而言，仍在垂直剛度規格曲線的容許範圍內。但是對於側向剛度而言，中間環狀隔板厚度的變化對側向剛度的影響就較為嚴重。極可能因為採取過於寬鬆的中間隔板厚度公差，而導致成型後轉向架錐形主簧的動態側向剛度不符合規格之要求。

## 七、參考文獻

- [1]A.N. Gent ed., "Engineering with Rubber: How to Design Rubber Components", New York, Hanser Publishers, 2001.
- [2]李曉芳、楊曉翔，"橡膠材料的超彈性本構模型"，彈性體，15 卷 1 期，民 94 年，頁 50-58。
- [3]MARC 103 Experimental Elastomer Analysis, MSC Software Corp., Los Angeles, CA, USA, 2008.
- [4]ABAQUS Analysis User's Manual, Version 6.8.1, Dassault Systems Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2008.
- [5]A.B. Davey and A.R. Payne, "Rubber in Engineering Practice", London, Applied Science Publishers Ltd, 1964.
- [6]王偉曉 等，"錐形橡膠彈簧結構分析"，鐵道車輛，47 卷 2 期，民 98 年，頁 4-6。
- [7]M.F. Spotts., "Design of Machine Elements", Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1971.
- [8]C. Carmichael ed., "Kent's Mechanical Engineers' Handbook", New York, N.Y., McGraw Hill, 1950.
- [9]E.F. Gobel, "Rubber Spring Design", London, Newnes - Butterworths, 1974.
- [10]左國兵 等，"金屬-橡膠複合錐形彈簧的試驗研究"，鐵道車輛，43 卷 2 期，民 94 年，頁 9-12。

八、表格

$C_2/C_1$	$C_1(\text{kgf/mm}^2)$	$C_2(\text{kgf/mm}^2)$
0.05	0.057558	0.002878
0.25	0.048349	0.012087
0.50	0.040290	0.020145

表 1 Mooney-Rivlin 橡膠材料常數表

試件編號	18.0KN時之位移(mm)	31.5KN時之位移(mm)	70mm時之荷重(KN)
1	27.810	49.488	53.510
2	27.958	48.346	53.178
3	29.391	48.993	56.987
4	27.021	45.825	61.279

表 2 轉向架主簧實體垂直剛度試驗結果

九、圖片

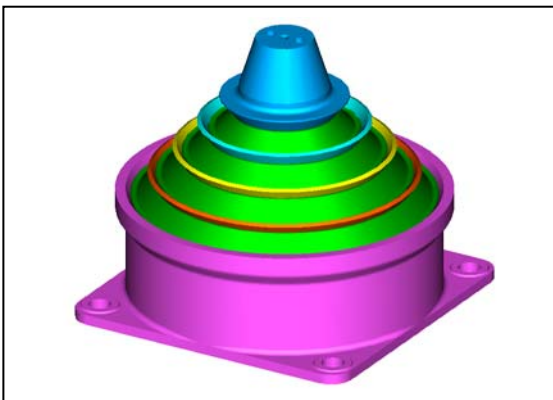


圖 1 錐形主簧總成之實體模型

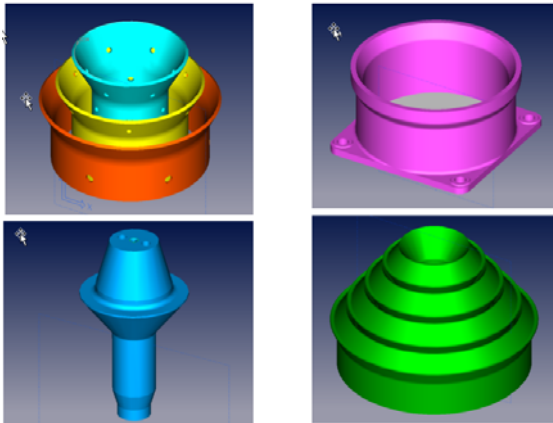


圖 2 錐形主簧各部元件之實體模型

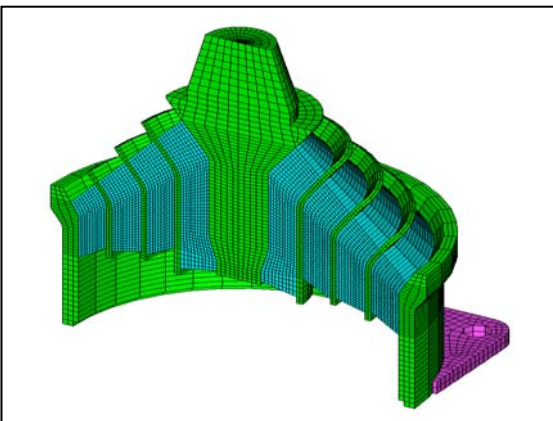


圖 3 錐形主簧之三維結構分析網格圖

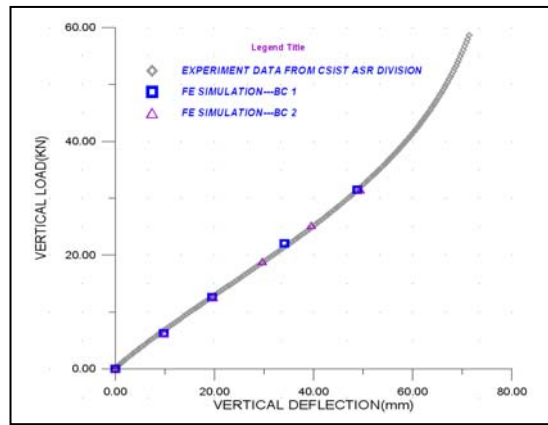


圖 4 垂直剛度線彈性模擬結果與試驗

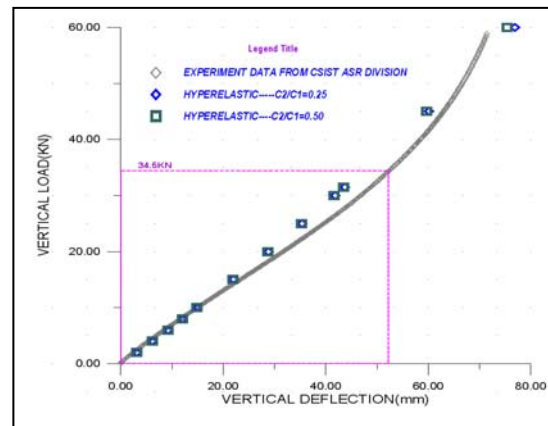


圖 5 垂直剛度超彈性模擬結果與試驗

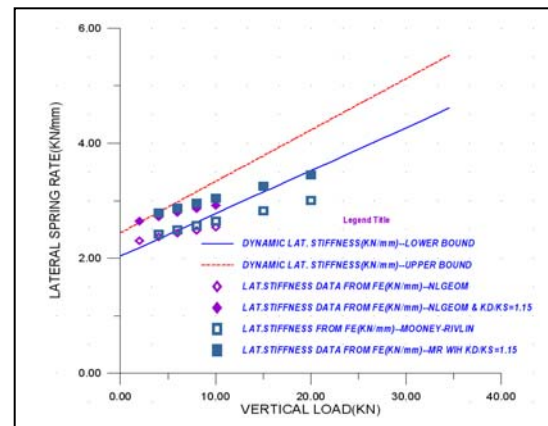


圖 6 主簧側向剛度模擬結果與規格

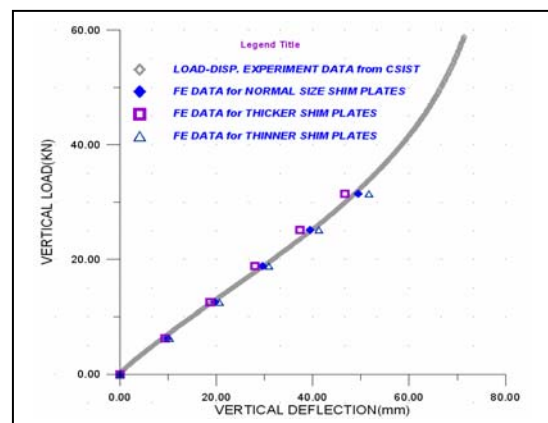


圖 7 金屬隔板厚度對垂向剛度影響

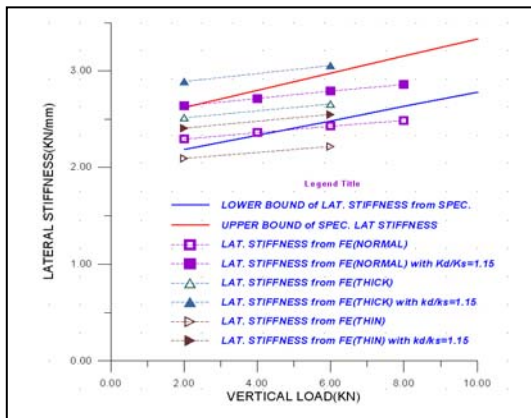


圖 8 金屬隔板厚度對側向剛度影響