

桁架結構之循環彈塑性分析

呂學育¹, 王穎諱², 曹佑誠²

¹中華科技大學航空機械系

²中華科技大學飛機系統工程碩士班

摘要

本文基於ABAQUS所提供之逐步分析法，探討桁架結構承受循環負載作用時，所發生彈性安定、低週期疲勞破壞、棘輪等彈塑性行為，分別考慮完美彈塑性及非線性走動式硬化材料，進行循環彈塑性分析。文中，並利用應力與應變關係圖、塑性耗散，來判斷整體結構所發生彈塑性行為是低週期疲勞破壞、棘輪抑或塑性崩潰；另外，也分別探討各桿件在循環負載下之彈塑性行為變化。此外，基於比較及驗證，本文亦利用數值計算軟體MATLAB，以安定分析求解安定極限負載，以進行比較與驗證。

關鍵字：逐步分析法、彈性安定、低週期疲勞破壞、棘輪、非線性走動式硬化。

ABSTRACT

This thesis investigates elastic shakedown limit loads and elastic-plastic analysis of structures subjected to cyclic loads made of nonlinear kinematic hardening materials. In the thesis, the step-by-step analysis of the computer code ABAQUS is applied to consider elastic-perfectly plastic and kinematic hardening materials, respectively. Parametric studies are made to study the prediction of shakedown limit loads and the relationship between shakedown limit loads and plastic limit loads. Also, validations and comparisons are made between the results obtained by ABAQUS and MATLAB. Moreover, Armstrong-Frederick kinematic hardening model is utilized in the related parametric studies

Keywords: step-by-step analysis, elastic shakedown, low-cycle fatigue failure, ratcheting, nonlinear kinematic hardening

一、緒論

工程結構所承受之外力負荷型態大部分為循環式外力負載，而並非只有單調的外力負載。當結構承受循環負荷作用時，在起初幾個週期會有塑性應變，之後並未再發生新的塑性應變，而呈現彈性行為，稱為彈性安定。作用在結構上的循環負載超過安定負載時，結構產生正負交替之塑性應變，此時結構內部之塑性應變並未累加，塑性應變會呈現週期性的變化直到結構損壞，此行為稱為低週期的疲勞破壞。作用在結構上的循環負載超過安定負載時，且塑性應變不斷的増加，直到結構損壞，稱為累積塑性破壞或稱為棘輪[1-5]。

因此，具有簡便且準確性的分析方式，藉以對彈性安定、低週期疲勞、棘輪等這三種彈塑性行為作進一步的探討，對結構設計與安全評估將有莫大的助益。

二、研究方法

本研究利用 ABAQUS 所提供之彈塑性分析功能，以逐步法進行結構承受循環負載作用之彈塑性分析，文中並利用塑性耗散來判斷結構安定與否，當結構不安定時，塑性耗散會隨著循環週期次數增加而變大。最後，利用逐步法所得之應力應變關係圖，來判斷結構承受超過安定極限負載時，確定所發生彈塑性行為是低週期疲勞破壞、棘輪抑或塑性崩潰。

此外，基於比較及驗證，本文亦利用數值計算軟體 MATLAB，以安定分析求解安定極限負載，以驗證本論文所建構之有限元素彈塑性分析模式之正確性。

三、分析案例及結果討論

本文探討案例為三桿件桁架結構，三桿件桁架結構由桿件 OA、桿件 OB、桿件

OC 組成，各構件夾角為 60°，三桿件邊界條件為鉸子支承，如圖 1 所示。於分析案例中，我們使用 von Mises 降伏準則[6]來模擬桁架之塑性降伏行為，考慮材料為完美彈塑性或遵循 Armstrong- Frederick 走動式硬化模式[7]。下列為考慮彈塑性桁架桿件之材料參數和其對應走動式硬化之降伏函數表示為[8]：

$$f(\sigma - X) = \sqrt{\frac{3}{2}(S - X^{dev}) : (S - X^{dev})} - \sigma_Y \leq 0$$

其中

S 為偏應力張量

X 為降伏中心的移動量之背應力

X^{dev} 為偏背應力張量

經由 Armstrong- Frederick 走動式硬化模式

[7]，可將背應力變化率 \dot{X} 表示為

$$\dot{X} = \frac{2}{3} C \dot{\epsilon} - \gamma X \dot{\epsilon}$$

其中

C 和 γ 為材料參數

$\dot{\epsilon}$ 為塑性應變率

$\dot{\bar{\epsilon}}$ 為等效塑性應變率

楊氏係數 $E = 210\text{GPa}$

浦松比 $\nu = 0.3$

降伏強度 $\sigma_0 = 122.24\text{MPa}$

走動式硬化參數 $C = 6.92\text{GPa}$

走動式硬化參數 $\gamma = 153.4$

案例一：

考慮的材料為完美彈塑性，承受循環負載作用於節點 O，考慮之循環負載的範圍為 $-P \leq V \leq 3P$ ，如圖 2 所示。由逐步法分析之結果，當 $P/\sigma_y A_0$ 為 0.625，繪製 OA、OB 桿件反應之應力、應變圖，得知 OA 桿件初期出現純彈性反應，隨著循環負載作用下，OA 桿件仍為純彈性如圖 4 所示。同時，如圖 5 所示，OB 桿件約在第 0.4 週期呈現純彈性反應，隨著循環負載的持續作用，OB 桿件約在第 0.4 週期進入降伏，隨後持續將桿件之循環負載作用次數增加，OB 桿件約在第 0.5 週期回復為純彈性反應。因此，從圖 5 中得知 OB 桿件處於彈性安定狀

態。另外，藉由如圖 6 之塑性耗散圖，驗證 OB 桿件結構不隨著循環次數增加而改變，表示為結構呈現彈性安定行為。

另一方面，當負載係數 $P/\sigma_y A_0$ 為 0.626，得知 OA 桿件初期出現純彈性反應，隨著循環負載作用下，從圖 7 中得知 OA 桿件仍為純彈性。OB 桿件在第 0.4 週期呈現純彈性反應，隨著循環負載的次數增加 OB 桿件約在第 0.4 週期進入降伏，隨後持續將桿件之循環負載次數增加，OB 桿件約在第 0.5 週期之後即形成一個封閉式迴圈，可將它視為一個低週期疲勞破壞如圖 8 所示。另外，利用塑性耗散圖驗證 OB 桿件結構隨著循環次數增加而改變時，表示為結構已超出彈性安定如圖 9 所示，因此得知彈性安定極限負載係數 $P/\sigma_y A_0$ 為 0.625。而數值運算軟體 MATLAB 計算之安定負載係數亦為 0.625。

案例二：

我們考慮材料為走動式硬化性質，考慮循環負載的範圍為 $0 \leq V \leq P$ 如圖 3 所示。由逐步法分析之結果，當 $P/\sigma_y A_0$ 為 2.500，繪製三桿件之 OA、OB 桿件行為之應力、應變圖，得知 OA 桿件初期出現純彈性反應，隨著循環負載作用下，OA 桿件仍為純彈性如圖 10 所示。OB 桿件則約在第 0.25 週期呈現純彈性反應，隨著循環負載的次數增加 OB 桿件約在第 0.5 週期進入降伏，隨後持續將桿件之循環負載次數增加 OB 桿件約在第 0.5 週期回復仍為純彈性反應，如圖 11 所示。另外，藉由塑性耗散圖驗證 OB 桿件結構狀態，得知當結構不隨著循環次數增加而改變時，表示為結構呈現彈性安定行為如圖 12 所示。

當負載係數 $P/\sigma_y A_0$ 為 2.501，繪製 OA、OB 桿件行為之應力、應變圖，得知 OA 桿件在第 0.25 週期呈現純彈性反應，隨著循環負載的次數增加 OA 桿件約在第週期進入降伏，隨後持續將桿件之循環負載次數增加 OA 桿件約在第 1 週期回復仍為純彈性反應如圖 13。另外，藉由塑性耗散圖驗證 OA 桿件結構狀態，得知當結構不隨著循環次數增加而改變時，表示為結構呈現彈性安定行為如圖 14 所示，OB 桿件約在第 0.25 週期呈現純彈性反應，隨著循環負載的次數增加 OB 桿件約在第 0.5 週期進入降伏，隨後持

續將桿件之循環負載次數增加 OB 桿件約在第 0.5 週期之後即形成一個漸進式迴圈，可將它視為一個棘輪反應，如圖 15 所示，另外利用塑性耗散圖驗證 OB 桿件結構隨著循環次數增加而改變時可判斷結構已超出彈性安定行為如圖 16 所示，因此得知彈性安定極限負載係數 $P/\sigma_y A_0$ 為 2.500。而數值運算軟體 MATLAB 計算之安定負載係數也為 2.500。

四、結論與未來展望

本文基於 ABAQUS 桁架結構分析功能，以逐步法探討三桿件所發生彈塑性行為，考慮三桿件分別為完美彈塑性、走動式硬化材料，探討分別承受循環負荷為 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P \leq V \leq 3P$ 的作用，並將逐步法的分析結果與 MATLAB 安定分析所得之安定極限負載做比對。

由 ABAQUS 分析得知彈性安定極限負載係數與 MATLAB 安定分析所得之安定極限負載比對，分析結果具有良好的吻合度。藉由分析結果得知：

本文所考慮之完美彈塑性三桿件桁架結構，承受之循環負荷 $-P \leq V \leq 3P$ ，當結構承受超過安定極限負載時會發生低週期破壞。

而本文所考慮之非線性走動式硬化三桿件桁架結構，承受之循環負荷 $P \leq V \leq 3P$ ，在結構承受超過安定極限負載時會有棘輪反應。

五、參考文獻

- [1] J. A. König, G. Maier, "Shakedown analysis of elastoplastic structures: a review of recent developments," Nuclear Engineering and Design, Vol. 66, No. 1, 1981, pp. 81-95,
- [2] J. A. König, Shakedown of Elastic-Plastic Structure, Amsterdam, Elsevier, 1987
- [3] D. Weichert and G. Maier, Inelastic Behaviour of Structures under Variable Repeated Loads: Direct Analysis Methods. New York, Springer, 2002.
- [4] M. Staat and M. Heitzer, "Numerical methods for limit and shakedown analysis: deterministic and probabilistic problems," John von Neumann Institute for Computing, 2003.

- [5] D. Weichert and A. Ponter, Limit States of Materials and Structures: Direct Methods, New York, Springer, 2009
- [6] R. Hill, "The mathematical theory of plasticity," Clarendon Press, Oxford, 1950
- [7] P. J. Armstrong and C. O. Frederick, "A mathematical representation of the multiaxial bauschinger effect (CEGB Report RD/B/N/731)," Berkeley: Berkeley Nuclear Laboratories, 1966
- [8] F. Dunne and N. Petrinic, "Introduction to computational plasticity," Oxford University Press Inc., New York, 2005

六、ABAQUS 與 MATLAB 安定極限負載係數 $P/\sigma_y A_0$ 計算結果

	三桿件桁架結構			
	完美彈塑性		走動式硬化	
	ABAQUS	MATLAB	ABAQUS	MATLAB
$P \leq V \leq 3P$	—	—	2.500	2.500
$-P \leq V \leq 3P$	0.625	0.625	—	—

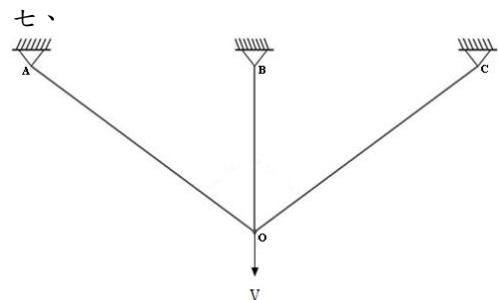


圖 1 三桿件桁架結構示意圖

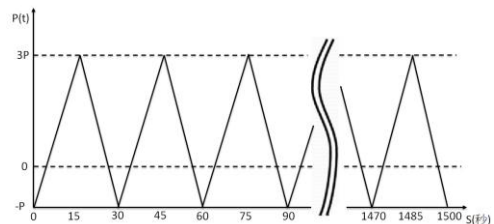


圖 2 循環負載示意 ($-P \leq V \leq 3P$)

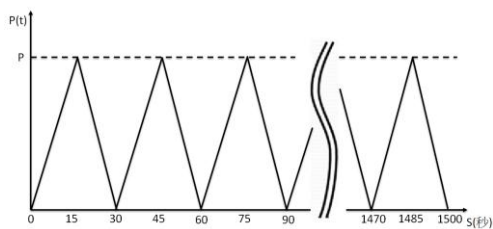


圖 3 循環負載示意 ($0 \leq V \leq P$)

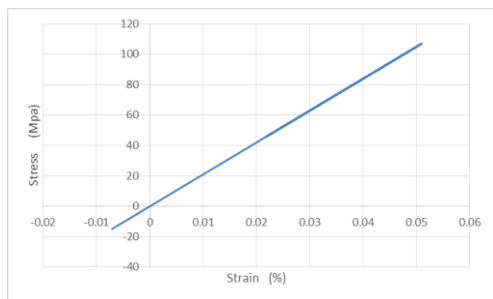


圖 4 OA 桿件應力應變關係
(完美彈塑性、 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 0.625$)

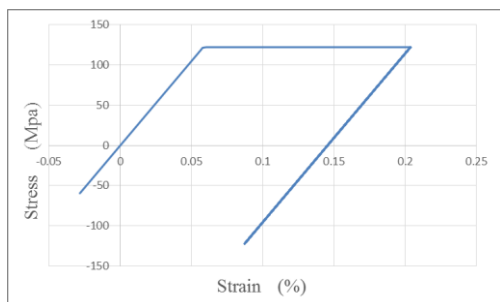


圖 5 OB 桿件應力應變關係
(完美彈塑性、 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 0.625$)

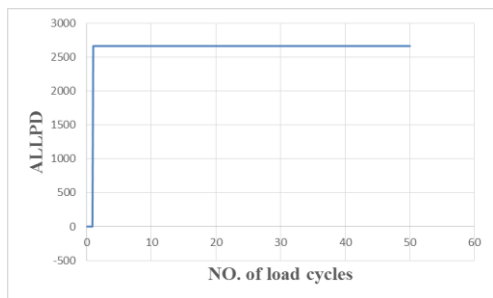


圖 6 OB 桿件呈現之塑性耗散的變化
(完美彈塑性、 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 0.625$)

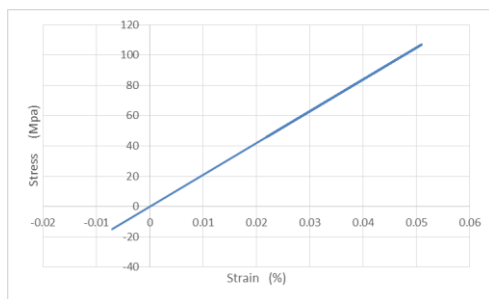


圖 7 OA 桿件應力應變關係
(完美彈塑性、 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 0.626$)

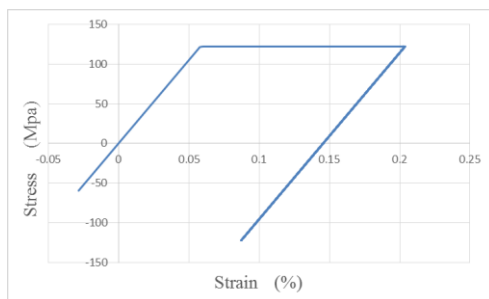


圖 8 OB 桿件結構應力應變關係
(完美彈塑性、 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 0.626$)

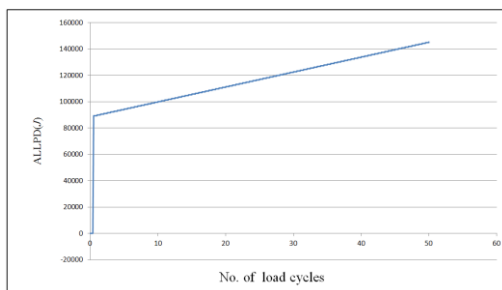


圖 9 OB 桿件之塑性耗散的變化
(完美彈塑性、 $-P \leq V \leq 3P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 0.626$)

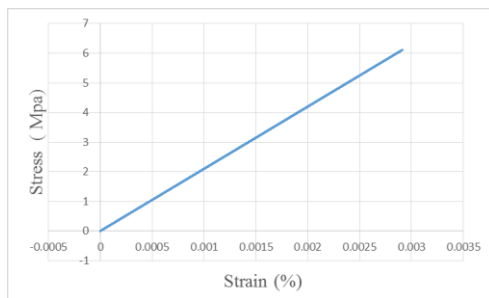


圖 10 OA 桿件純彈性時應力應變關係
(走動式硬化、 $0 \leq V \leq P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.500$)

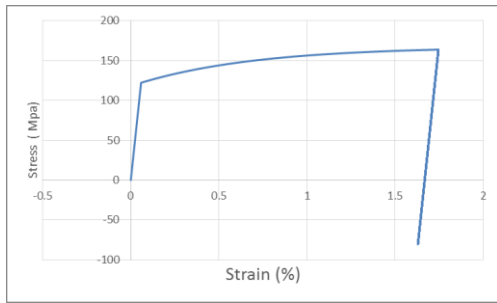


圖 11 OB 桿件應力應變關係
(走動式硬化、 $0 \leq V \leq P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.500$)

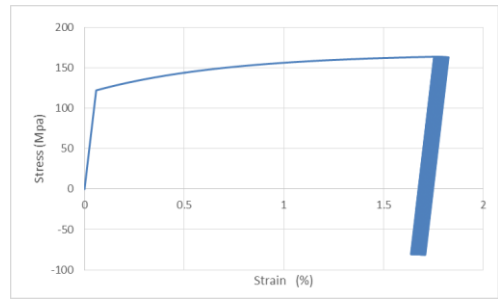


圖 15 OB 桿件應力應變關係
(走動式硬化、 $0 \leq V \leq P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.501$)

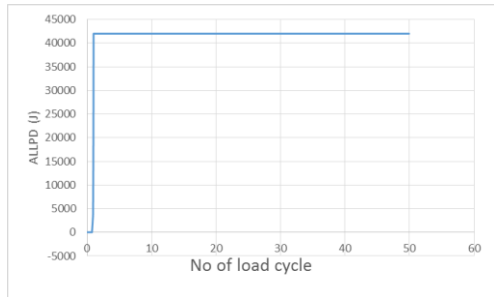


圖 12 OB 桿件呈現之塑性耗散的變化
(走動式硬化、 $0 \leq V \leq P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.500$)

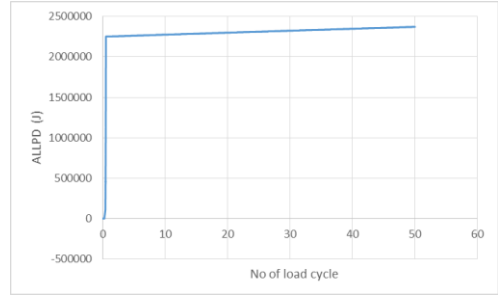


圖 16 OB 桿件之塑性耗散的變化
(走動式硬化、 $0 \leq V \leq P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.501$)

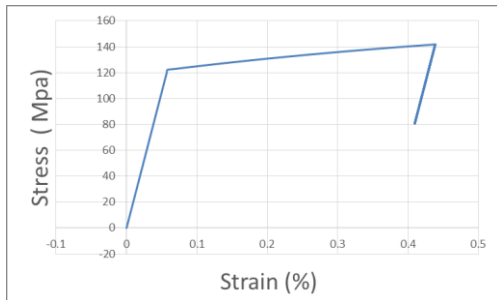


圖 13 OA 桿件應力應變關係
(走動式硬化、 $0 \leq V \leq P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.501$)

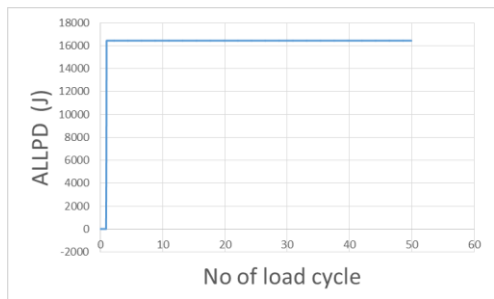


圖 14 OA 桿件之塑性耗散的變化
(走動式硬化、 $0 \leq V \leq P$ 、 $P/\sigma_y A_0 = 2.501$)