

桁架結構之彈性安定負載分析

呂學育¹, 曹佑誠², 李璟鑫²

¹ 中華科技大學航空機械系

² 中華科技大學飛機系統工程研究所

摘要

本文分別採用 ABAQUS 內建之直接循環分析法及逐步法，探討彈塑性結構受到變異循環式負載作用下之彈性安定負載及結構之彈塑性行為。在分析案例中，我們以三桿件桁架結構為例，考慮構件具有走動式硬化性質，進行彈性安定負載分析，並與數值運算軟體 MATLAB 之最佳化演算結果比對與驗證。

關鍵字：彈性安定、有限元素法、逐步法、直接循環分析法、最佳化演算

ABSTRACT

The paper aims to investigate shakedown limit load and cyclic plasticity phenomena of truss structure by ABAQUS. The direct cyclic analysis and step-by-step analysis capabilities in ABAQUS are adopted to perform the numerical computations, respectively. In the numerical studies, three-bar truss structures of nonlinear kinematic hardening are considered. For comparisons and validations, optimization algorithm provided by MATLAB is also utilized to conduct the primal and dual analyses.

Keywords: elastic shakedown, finite element method, direct cyclic analysis, step-by-step analysis, optimization algorithm

一、緒論

在實際工程結構中，如道路鋪面、鐵路軌道、電廠管路、渦輪轉子及飛機結構等領域，結構所受之外力負荷型態為變異之循環式負載。當彈塑性結構承受變異之循環式負載時，取決於負載大小，將可預期發生下面幾種行為，亦即(1)當結構承受循環負荷作用時，在起初幾個週期內結構發生了塑性變形，惟後續並未再發生新的塑性變形，而呈現彈性行為，稱為彈性安定(elastic shakedown)，(2)作用在結構上的循環負載超過安定負載時，結構產生正負交替之塑性變形，此時結構內部之塑性應變並未累加，但結構將發生低週期的疲勞破壞(low-cycle fatigue failure)，此行為稱交替塑性破壞(alternating plasticity or plastic shakedown)，(3)作用在結構上的循環負載超過安定負載時，且塑性應變不斷的增加，稱為累積塑性破壞(incremental

plastic collapse or ratcheting)[1]。

於文獻上針對安定負載分析議題已有廣泛分析探討，使用方式多數為傳統之逐步法與數值分析[2]，傳統逐步法於分析上，每一循環需要逐步的演算，使用上曠費耗時，用於數值分析上相對複雜，往往於應用上有一定的困難度。本文所使用由 ABAQUS [3]提供直接循環分析法，是一種擬靜態分析，其使用傅立葉級數和非線性材料行為的時間積分，以求得結構的穩定循環反應，進行循環式負荷作用下的安定負載分析，只需考慮單一循環週期的負載作用，利用迭代的方式確定結構的狀態，不斷重複迭代計算，直到收斂。

本文採用具有公認可信之有限元素分析軟體 ABAQUS[3]進行安定負載分析的探討。首先，我們利用 ABAQUS[3]提供之直接循環分析法，來進行求取結構承受變異之循環式負載下之安定負載；接下來，應用逐步法來分別探討彈性安定、

交替塑性破壞及累積塑性破壞之結構行為；最後，我們亦與數值運算軟體 MATLAB[4]進行安定負載數值結果的比對。

二、研究方法

在 ABAQUS[3]分析模式中，我們所使用之網格元素為桁架元素(T2D2)。進行結構之彈性安定負載分析時，分析方式在 ABAQUS[3]可使用兩種方法，一為傳統之逐步法，另一為直接循環分析法。在逐步分析法中必須設定多次循環負載，逐一進行分析，並記錄每一次循環時結構之反應，直至結構達到安定狀態。而在直接循環分析法中只需要設定單一循環負載，進行分析後，再利用直接循環分析的後處理功能，再獲得對應於每一週期循環負荷的反應。

於本文中，我們考慮結構承受變異之循環負載下之材料具走動式硬化性質。而 Armstrong- Frederick 走動式硬化模式[5]用來描述走動式硬化法則。對應於 von Mises 降伏準則[6]:

$$f(\sigma - X) = \sqrt{\frac{3}{2} (S - X^{dev}) : (S - X^{dev})} - \sigma_Y \leq 0$$

其中

S 為偏應力張量

X 為降伏中心的移動量之背應力

X^{dev} 為偏背應力張量

經由 Armstrong- Frederick 走動式硬化模式[5]，可將背應力變化率 \dot{X} 表示為

$$\dot{X} = \frac{2}{3} C \dot{\epsilon} - \gamma X \dot{\epsilon}$$

其中

C 和 γ 為材料參數

$\dot{\epsilon}$ 為塑性應變率

$\dot{\bar{\epsilon}}$ 為等效塑性應變率

三、分析案例及結果討論

在分析案例中，我們針對走動式硬化之三桿件桁架結構進行安定負載分析。

三桿件桁架結構之幾何如圖 1 所

示，其幾何為由三根桿件(桿件 OA、桿件 OB、桿件 OC)所組成，桿件 OA 之長度為 L、桿件 OB 之長度為 0.5L 及桿件 OC 之長度為 L，各桿件夾角為 60°，其三桿件之邊界條件皆為鉸子之撐，在接點 O 處施加變異之循環式負載。

三桿件桁架結構之材料參數分別為楊氏模數 $E=210\text{GPa}$ ，浦松比 $\nu=0.3$ ，初始降伏強度為 $\sigma_0 = 122.24 \times 10^6$ ，走動式硬化參數為 $C=6.92\text{GPa}$ 、 $\gamma=153.4$ 。施加於三桿件桁架結構循環負載之變異範圍為 $-P \leq V \leq 5P$ 。

在直接循環法及逐步法分析中，我們考慮循環負載週期為 $T=30$ 秒，如圖 2 所示。由於逐步分析法為一個一個週期進行分析，因此我們設置多個循環負載，其負載週期如圖 3 所示。在進行安定分析時，首先利用 ABAQUS[3]內建之直接循環分析功能，進行求取結構之安定負載；再來利用逐步法分別探討結構可能發生之彈塑性行為。

由 ABAQUS[3]的直接循環分析法結果得知，當承受變異之循環式負載之走動式硬化三桿件桁架結構，其安定負載係數 ($P/\sigma_y A$) 為 0.416，而數值運算軟體 MATLAB[4]計算之安定負載係數為 0.416。我們將直接循環分析法之結果，繪製塑性應變的循環變化，如圖 4 所示。由圖 4 的塑性應變與負荷週期之循環變化情形得知，結構在於循環次數達到第 20 次時，結構會呈現安定穩定狀態。

由 ABAQUS[3]的逐步法分析結果顯示，當結構承受之負荷大小為安定負載時，結構會呈現彈性安定行為，如圖 5 所示；當結構承受之負荷大小大於安定負載時，其結構將會發生交替塑性破壞及累積塑性破壞，如圖 6~7 所示。

四、結論與未來展望

本論文基於公認可信的 ABAQUS[3]有限元素套裝軟體，建構完整的彈性安定負載分析模式。由分析結果顯示，我們已成功應用直接循環法求得安定極限負載，並由逐步分析法更加確認直接循環法

分析之準確性，以及獲得結構承受循環式負載之結構行為，最後與數值運算軟體 MATLAB[4]進行數值上的比對，其分析結果比對吻合度良好。

在一般實際工程中，結構除了承受機械式外力負載外，也同時承受循環溫度負載作用。因此，在未來研究中，我們考慮桁架結構同時承受循環溫度變化及機械式負載之安定負載分析。另一方面，材料性質可進一步考慮扭曲硬化之安定負載分析。

五、參考文獻

- [1] J.A. König, Shakedown of Elastic-Plastic Structure, Elsevier, New York, 1987.
- [2] Y. Sun, S.-L. Shen, X.-H. Xia, Z.-L. Xu, A Numerical Approach for Predicting shakedown Limit in Ratcheting Behavior of Materials, Materials and Design, Vol. 47, pp. 106-114, 2013
- [3] ABAQUS, ABAQUS Analysis User's Manual, Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA.
- [4] MATLAB. <http://www.mathworks.com/help/optim/ug/fmincon.html>.
- [5] P. J. Armstrong, C. O. Frederick, A Mathematical Representation of The Multiaxial Bauschinger Effect (CEGB Report RD/B/N/731), Berkeley: Berkeley Nuclear Laboratories; 1966.
- [6] R. Hill, The mathematical theory of plasticity, Clarendon Press, Oxford, 1950
- [7] F. Dunne and N. Petrinic, Introduction to computational plasticity, Oxford University Press Inc., New York, 2005

六、表格

表 1 案例分析結果

	分析結果
ABAQUS (直接循環法)	0.416
ABAQUS (逐步法)	0.416
MATLAB (下限定理)	0.416
MATLAB (上限定理)	0.416

七、圖片

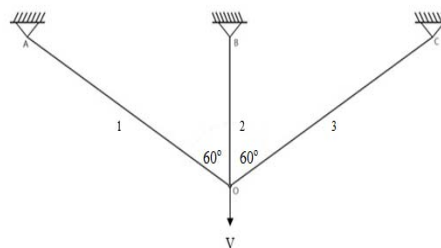


圖 1 三桿件桁架結構

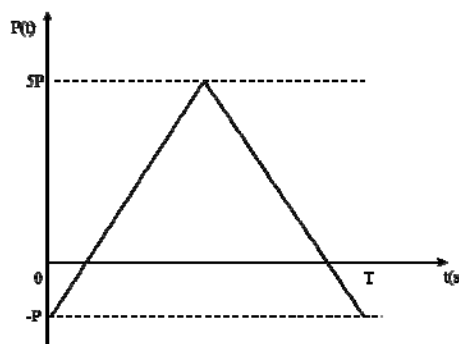


圖 2 循環負載示意圖(直接循環法)

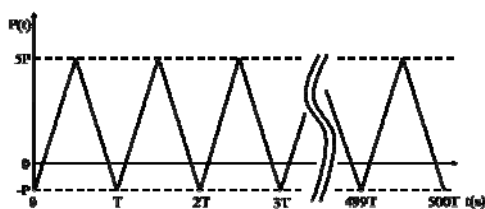


圖 3 循環負載示意圖(逐步法)

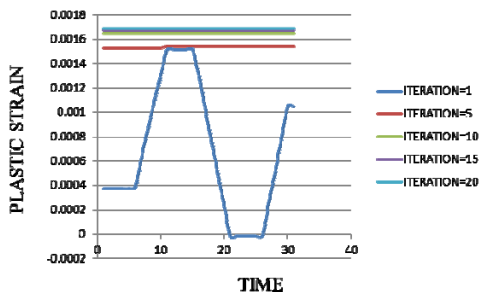


圖 4 塑性應變與時間關係圖
(走動式硬化)

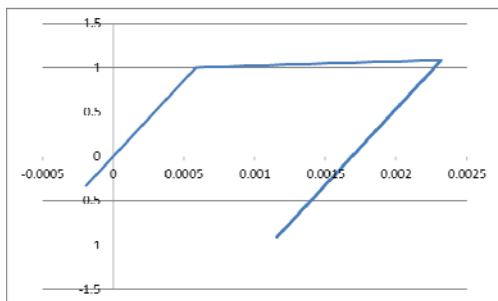


圖 5 彈性安定-應力應變圖
(逐步法)

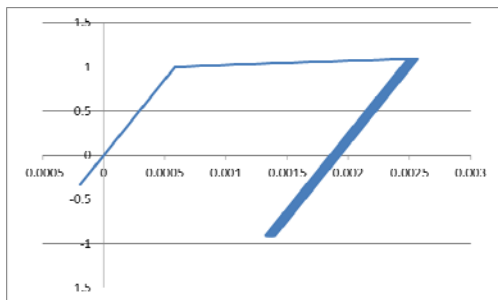


圖 6 交替塑性破壞-應力應變圖
(逐步法)

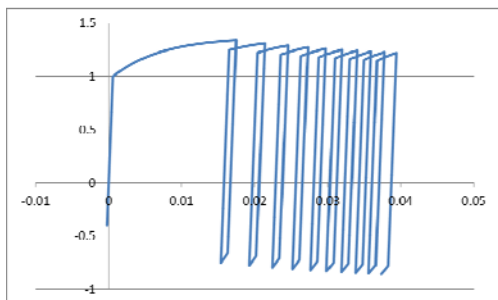


圖 7 累積塑性破壞-應力應變圖
(逐步法)