

# 有限元素分析結合叢集電腦應用於具空間變異性土壤之主動土壓力模擬與初探

胡毓港<sup>1</sup>, 卿建業<sup>2</sup>

<sup>1</sup>國立台灣大學土木工程學系大地工程組博士班研究生

<sup>2</sup>國立台灣大學土木工程學系大地工程組教授

## 摘要

傳統主動土壓力之計算大多假設土壤為均質材料(homogeneous)，例如：Rankine 與 Coulomb 主動土壓力估算式子。然而，土壤具有空間變異性(spatial variability)，在此空間變異性的影響之下，Rankine 與 Coulomb 之理論式是否還適用呢？且其假設的直線破壞面是否還成立呢？本研究嘗試利用 Abaqus 有限元素分析軟體與隨機場模型(random field)並透過 Matlab 軟體撰寫程式進而模擬具空間變異性之主動土壓力。本文將說明有限元素分析之建模過程與如何結合叢集電腦以降低運算時間。最後，初步探討空間變異性對主動土壓力之影響。藉由初步分析結果得知，當考慮剪力強度( $c$ )空間變異性時，主動土壓力的破壞是發生於靠近剪力強度較低的位置；而當考慮單位重( $\gamma$ )空間變異性時，主動土壓力則是發生於塊體較重的區域，上述二者都非傳統理論解之處。

**關鍵字：**塑性變形、有限元素法、主動土壓力、空間變異性、隨機場模型

## ABSTRACT

Active earth pressure calculations are commonly performed by using the traditional earth pressure theories based on the assumption that soil properties are homogeneous, such as, Rankine and Coulomb earth pressure theories. However, soils are in fact spatially variable. Under spatial variability, whether the theoretical equation can be used and the spatial variability lead to a more complex failure pattern than that assumed using traditional theory. The random finite element method (RFEM) is taken to simulate this situation. This paper addresses the process of assembling the FEM model and tries to study the impact of spatial variability on active earth pressure. By the results of this temporary study, it is found that active earth pressure occurred on the locations with lower shear strength when considering spatial variability of shear strength ( $c$ ) and regions with heavy slip mass under spatial variability of unit weight ( $\gamma$ ). Both of them are not the same with the location of traditional theory.

**Keywords:** plastic deformation, finite element method, active earth pressure, spatial variability, random field

## 一、前言

大地工程的問題中常會遭遇不確定性，Kulhawy(1992)將此不確定性的來源大致分為土壤的空間變異性(inherent soil variability or spatial variability)、現地量測誤差(data scatter、statistical uncertainty)與模型不確定性(model uncertainty)三大類。其中，所謂土壤的空間變異性是指土壤本身的參數性質隨著空間位置不同而異之現象，即非

均質(nonhomogeneous)；然而，前人提出之理論式大多沒有考慮此空間變異性之影響，均假設土壤為均質情況，或是以空間平均之概念處理之。

以側向土壓力理論為例，Rankine 與 Coulomb 土壓力理論均假設土壤為均質且滑動面為平面。例如：當考慮水平背填土，均質土壤，摩擦角( $\phi=0^\circ$ )，牆背垂直且光滑的情況，主動土壓力的滑動面與水平面之夾

角為 45°，但土壤具有空間變異性，在此空間變異性的影響之下，Rankine 與 Coulomb 之理論式是否還適用呢？且其假設的直線破壞面是否還成立呢？

基於以上問題，本研究基於有限元素分析，希望能初步了解土壤空間變異性對主動土壓力之影響，並試著想釐清上述問題。

## 二、空間變異性

基於各種的地質、環境和物理化學過程，使得土壤是一個複雜的工程材料。而這些過程正繼續進行著，並改變了現地土壤的狀態。由於這些自然的過程，使的現地土壤的性質在水平和垂直方向都將有所變化(Phoon, 1995)。圖 1 為現地土壤參數變異性示意圖，相關參數介紹如下：

- (1)  $\delta$ ：關聯性長度(scale of fluctuation)， $\delta_v$ ：垂直方向關聯性長度， $\delta_h$ ：水平方向關聯性長度。所謂關聯性長度是指在此長度範圍內之土壤性質視為高度相關，即土壤性質十分接近；反之，落在此長度之外則關聯性低。舉例而言，Phoon(1995)根據土壤參數之相關資料收集彙整，得知不排水剪力強度在垂直方向的關聯性長度較短(約 2.5m)，即垂直方向的變異性較大；而水平方向的關聯性長度較長(約 50m)，即水平方向的變異性較小。總而言之，以大地工程的領域為例，通常水平方向之土壤性質變異性較小，即水平方向之關聯性長度較大；反之，垂直方向之土壤性質變異性較大，所以垂直方向之關聯性長度較小。另外，根據前人 Spry et al(1988)之研究，如圖 2 所示，垂直方向之關聯性長度  $\delta_v \approx 0.8\bar{a}$ ，其中， $\bar{a}$  為土壤真實特性曲線與其線性平均趨勢線兩者間變異區段之平均長度。
- (2)  $t(z)$ ：土壤參數隨深度(z)變化之線性平均值。
- (3)  $w(z)$ ：即土壤空間變異性。
- (4)  $\xi(z)$ ：土壤真實特性， $\xi(z) = t(z) + w(z)$ 。

### 2.1 隨機場模型

土壤的空間變異性可以藉由隨機場模型(random field model)模擬，其中，又以穩態對數常態隨機場(stationary lognormal random fields)最為廣泛應用。利用隨機場模型模擬參數的空間變異性需要下列幾個重

要參數的資訊：(1)參數的平均值(mean)。(2)參數的變異係數(coefficients of variation (c.o.v.)：標準偏差(standard deviation)/平均值)，此參數主要是量化隨機樣本跳動的幅度。(3)參數的水平與垂直方向關聯性長度，此參數主要是量化隨機樣本跳動的頻率，關聯性長度越小，樣本跳動的頻率越快；反之亦然。

### 2.2 隨機場有限元素分析

隨機場模型結合有限元素分析即為隨機場有限元素分析(Random Finite Element Method (RFEM))。藉由隨機場模型模擬出之樣本實為一連續性樣本，為了將此樣本套用於有線元素分析之網格中，本研究應用前人研究 Fenton and Vanmarcke(1990)提出之局部平均(Local Average Subdivision (LAS))處理之，圖 3 為一連續性樣本(上圖)與其局部平均樣本(下圖)示意圖，接著將這些局部平均之樣本一一填進有限元素分析中之網格即可進行隨機場有限元素分析，詳細執行過程說明如下：

首先利用 Abaqus 之 CAE 介面建模均質土壤之主動破壞行為(詳細的建模過程、材料參數說明與模擬步驟詳見下節說明)，接著利用 Matlab 軟體撰寫程式將 Abaqus 產生之 inp 檔進行改寫，即將隨機場模型所模擬出之空間局部平均樣本填進各自所對應之網格中，最後以 DOS 指令啟動執行新改寫之 inp 檔案，即可進行隨機場有限元素分析，圖 4 為 Matlab 執行 Abaqus 之示意圖。

### 2.3 有限元素分析與叢集電腦之結合

此節主要說明本研究如何應用叢集電腦進行大量的隨機場有限元素分析(圖 5)以分散處理當考慮參數的不確定性所帶來的計算量。

主要是藉由 PuTTY 軟體提供一個與叢集電腦連線之平台(圖 6)，並透過排程系統自動分配工作至可使用之核心上(本研究室目前有二台叢集電腦共 240 顆核心)。如此一來，即可大量減少電腦運算時間，使分析更有效率，而程式自動化之項目包含：隨機場有限元素分析執行、分析結果存取、讀取數據與出圖等。

### 三、土動土壓力之有限元素分析

探討空間變異性對土壓力影響之前，必須先確定有限元素分析在均質土壤之模擬是正確的，因為空間變異性會帶來滑動面的不確定性，使得問題變得更複雜。以下章節將介紹本研究之建模過程與相關參數說明。

#### 3.1 有限元素分析之模型

圖 7 為有限元素分析之模型與網格式示意圖，網格採用平面八節點元素(CPE8R)，左右兩邊邊界條件不允許水平方向位移，底部邊界則不允許水平與垂直方向位移。擋土牆與土壤的建置是分成兩個個體，其兩者之間則考慮一介面性質，現階段先簡化問題考慮光滑(無摩擦)之介面性質。圖中灰黑色部分為擋土牆(假設牆的高度為 5m)，並假設其為一彈性材料，彈性模數( $E$ )與柏松比( $\nu$ )假設為常數( $E=400000\text{kN/m}^2$ ,  $\nu=0.3$ )。其餘部分皆為土壤材料，相關土壤參數說明如下節。

#### 3.2 均質土壤之有限元素分析模擬

土壤部分考慮為彈塑性材料，組成律採用線性 Drucker-Prager 彈塑性破壞準則(圖 8)，均質土壤相關參數假設如下：彈性模數( $E=40000\text{kN/m}^2$ )、柏松比( $\nu=0.49$ )、土壤單位重( $\gamma=20\text{kN/m}^3$ )、凝聚力( $c=10\text{kN/m}^2$ )與摩擦角( $\phi=0^\circ$ )。

本研究以擋土牆的變位控制來模擬土壓力變化之行為，擋土牆移動方向為土壤側之反方向，此為土壤解壓行為，即主動土壓力之模擬。分析步驟主要分為兩個階段：(1)大地應力初始狀態(initial condition)設定(圖 9)與自重平衡(geostatic)，(2)施加擋土牆位移至分析無法收斂為止。

在 Abaqus 的設定中，執行大地應力自重平衡之前，必須先給定地表位置和地底二高程之垂直初始應力，所以初始狀態即是指設定地表與地底初始應力。初始狀態設定完成之後，分析開始執行第一階段的大地應力自重平衡，此時給予重力並且根據地表與地底的初始狀態進行平衡。由 Abaqus 大地應力自重平衡結果發現垂直應力的確隨深度呈線性變化與初始狀態設定的應力值十分接近，且大地應力自重平衡之後沒有太大的

變形情況發生，說明模擬的結果是合理的。第二階段則施加擋土牆位移，使土壤進行解壓行為，直至有限元素分析不能收斂為止。圖 10 則為均質土壤之主動土壓力有限元素分析模擬結果，塑性區之發展與前人之理論解( $45^\circ+1/2$ )十分吻合，且滑動面為直線。圖 11 則為均質土壤擋土牆變位與其對應之土壓力曲線圖。

#### 3.3 土壤空間變異性之有限元素分析模擬

本研究考慮土壤空間變異性並且均假設土壤的單位重與剪力強度參數為穩態對數常態隨機場。單位重的平均值假設為  $20\text{kN/m}^3$ ，凝聚力的平均值則假設為  $10\text{kN/m}^2$ ；而其變異係數則分別考慮 0.1、0.3 與 0.5 三種情況；關聯性長度( $\delta$ )則假設為 1m 與 5m 二種情況，且假設水平與垂直方向的關聯性尺度相等，用意是簡化問題考慮等向性(Isotropic)。

圖 12 為考慮土壤空間變異性之主動土壓力有限元素分析模擬結果(某一次隨機取樣)，可以清楚發現當考慮空間變異性時，塑性區並非直線破壞，且滑動面與水平面之夾角也非傳統理論解，甚至可能出現多重滑壞面之情形。由此可見，土壤的空間變異性的確增加了滑壞面的不確定性。

### 四、蒙地卡羅隨機場有限元素分析

本研究利用可靠度分析之概念，探討土壤空間變異性對土壓力之影響，因此需藉由蒙地卡羅演算法大量模擬不同參數組合下之隨機樣本，以進一步了解其行為。蒙地卡羅演算法是一個無偏差的(unbiased)可靠度分析方法，惟獨需要足夠的樣本數才能估得相對變異性較小之結果。因此，本研究需要大量的數值分析，研究室目前有二台叢集電腦可供分散運算，以縮短大量隨機場有限元素分析之模擬時間。

圖 13 為現階段僅考慮土壤凝聚力空間變異性之擋土牆變位與其對應之土壓力圖。凝聚力假設為穩態對數常態隨機場，期望值為  $10\text{kN/m}^2$ ，並分別考慮三組 c.o.v. (0.1、0.3 與 0.5)，水平與垂直方向的關聯性尺度都假設為 1m，每組設定取 200 組隨機樣本，即必須執行隨機場有限元素分析 200 次。

由圖 13 分析結果顯示當土壤凝聚力空間變異性的變異係數越大時，土壓力曲線有往右移之趨勢，主動土壓力則有變大之趨勢。此現象可從莫爾-庫倫破壞準則解釋，主動土壓力發生於土壤解壓狀態交到破壞包絡線時，而當考慮凝聚力之空間變異性時，弱面的行為會相較明顯，使得破壞包絡線較均質情況低，所以主動土壓力有變大之趨勢。

圖 14 則為僅考慮土壤單位重空間變異性之土壓力曲線圖。單位重假設為穩態對數常態隨機場，期望值為  $20\text{kN/m}^3$ ，並分別考慮三組 c.o.v. (0.1、0.3 與 0.5)，水平與垂直方向的關聯性尺度都假設為 1m，同樣地，每組設定取 200 組隨機樣本進行隨機場有限元素分析。

由圖 14 分析結果，發現當土壤單位重空間變異性的變異係數越大時，土壓力曲線並沒有像圖 13 右移之趨勢，主動土壓力的平均值都差不多，但是當變異係數越大時，土壓力曲線的變異性亦較大，此現象是因為單位重的空間變異性使得滑動塊體位置的變異性增大。

## 五、結論與後續發展

本研究試著以隨機場有限元素分析模擬具空間變異性之主動土壓力並初步探討空間變異性對主動土壓力之影響，初步結論整理如下：(1)傳統以區域平均的概念來代表分析時所採用之參數是沒有考慮到空間變異性的。(2)當考慮空間變異性時，主動土壓力的破壞位置並非發生於傳統理論解之處，且滑動面的破壞形狀也較為複雜。(3)當考慮剪力強度的空間變異性時，土壓力曲線有往右側位移之趨勢，即主動土壓力相較前人理論解有增大之趨勢；但僅考慮單位重空間變異性時，此時土壓力曲線的變異性因為塊體滑動位置的變異性而增大，即主動土壓力的變異性增大，但其平均值都差不多。

本研究僅初步探討空間變異性對主動土壓力之影響，初步結果發現空間變異性的確會影響主動土壓力，且與傳統理論解不同。假若以空間平均之方式直接帶入傳統估算式子可能會高估或是低估主動土壓力尚待後續研究探討，期望後續研究能提出一個可估算具空間變異性之主動土壓力式子並進一步了解背後的破壞機制。

## 六、參考文獻

- [1]Kulhawy, F. H., (1992): On Evaluation of Static Soil Properties, Stability & Performance of Slopes & Embankments II (GSP 31), Eds. R.B. Seed & R. W. Boulanger, ASCE, New York, 95-115.
- [2]Phoon, K. K. (1995): Reliability-based Design of Foundations for Transmission Line Structures, Ph.D. Dissertation, Cornell University, Ithaca, NY.
- [3]Fenton, Gordon. A., and Vanmarcke, E. H. (1990): Simulation of random fields via local average subdivision, Journal of Engineering Mechanics, 116(8), 1733-1749.
- [4]Spry, M.J., Kulhawy, F.H., and Grigoriu, M.D. (1988): Reliability based foundation design for transmission line structures: geotechnical site characterization strategy. Electric Power Research Institute, Palo Alto, Calif., Report EL-5507(1).
- [5]Ching, J., Hu, Y.G., Yang Z.Y., Shiau J.Q., Chen J.C., and Li Y-S. (2010): Reliability-based design for allowable bearing capacity of footings on rock masses by considering angle of distortion, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 45(5), 728-740.
- [6]Abaqus Analysis User's Manual.

## 七、圖片

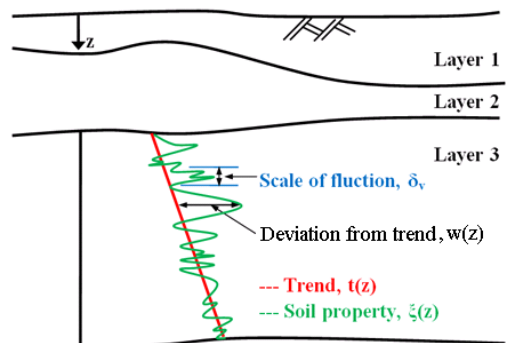


圖 1 現地土壤參數空間變異性之示意圖 (修改自 Phoon(1995))

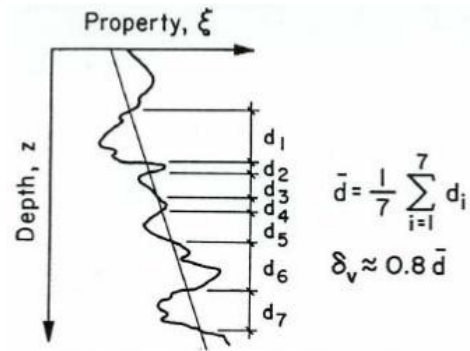


圖 2 估算垂直方向之關聯性尺度之示意圖(Spry et al, 1988)

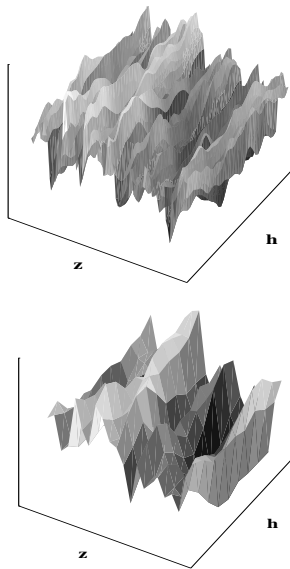


圖 3 連續性樣本(上圖)與其局部平均(下圖)之示意圖(Ching et al., 2010)

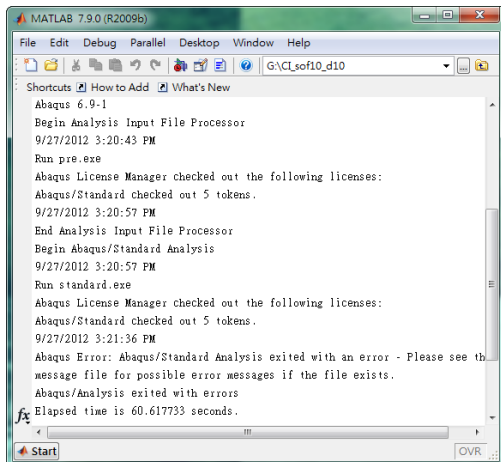


圖 4 Matlab 執行 Abaqus 之示意圖



圖 5 叢集電腦

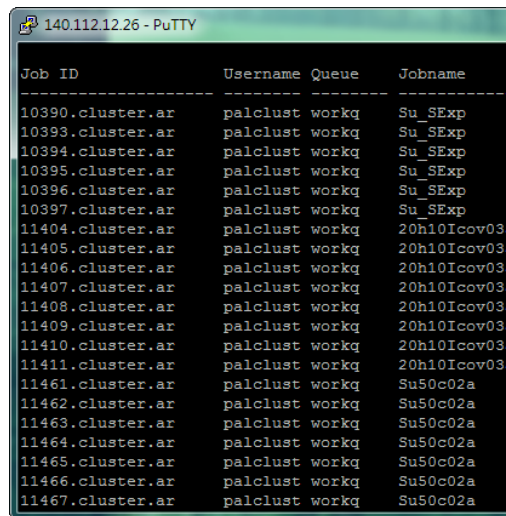


圖 6 PuTTY 軟體與叢集電腦之平台

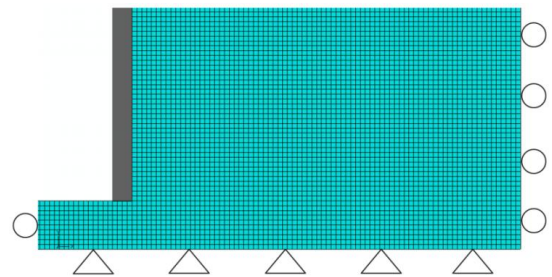
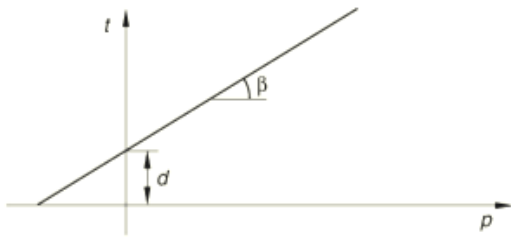


圖 7 有限元素模型與網格式示意圖



Linear Drucker-Prager:  $F = t - p \tan \beta - d = 0$

圖 8 線性 Drucker-Prager 彈塑性破壞準則示意圖(摘自:Abaqus 使用手冊)

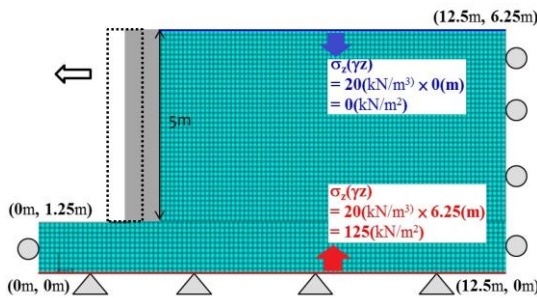


圖 9 大地應力初始設定示意圖

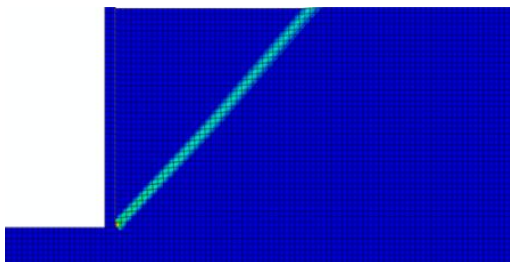


圖 10 均質土壤之主動土壓力塑性區

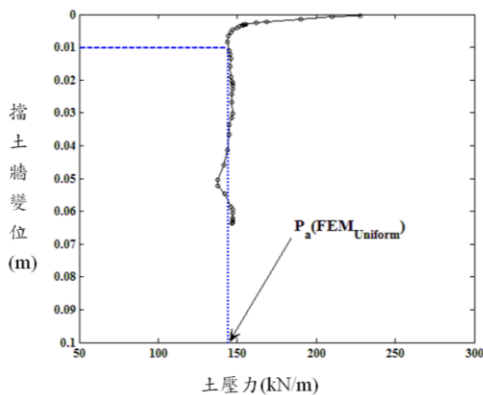
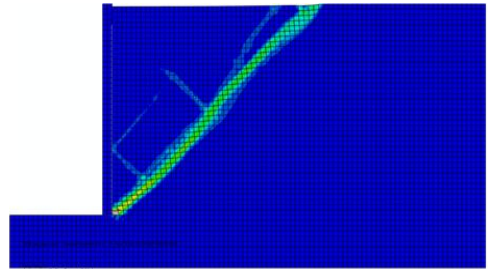
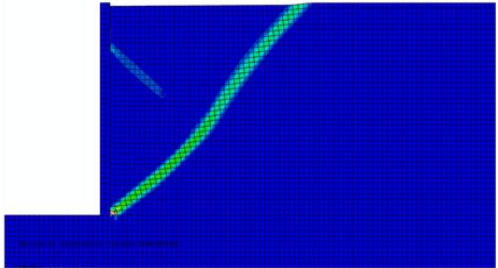


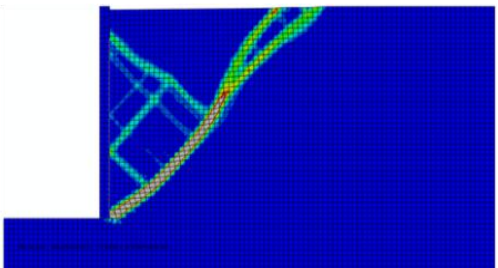
圖 11 均質土壤擋土牆變位與其對應之土壓力曲線圖



(a)(單位重( $\gamma$ )為常數  $20\text{kN/m}^3$ ；剪力強度( $c$ )為隨機場變數，期望值為  $10\text{kN/m}^2$ ，變異係數(c.o.v.=0.3)；關聯性長度  $\delta_v = \delta_h = 1\text{m}$ )



(b)(剪力強度( $c$ )為常數  $10\text{kN/m}^2$ ；單位重( $\gamma$ )為隨機場變數，期望值  $20\text{kN/m}^3$ ，變異係數(c.o.v.=0.3)；關聯性長度  $\delta_v = \delta_h = 1\text{m}$ )



(c)(剪力強度( $c$ )、單位重( $\gamma$ )都為隨機場變數，期望值分別為  $10\text{kN/m}^2$ 、 $20\text{kN/m}^3$  變異係數(c.o.v.=0.3)；關聯性長度  $\delta_v = \delta_h = 1\text{m}$ )  
圖 12 具空間變異性土壤之主動土壓力塑性區(某一次隨機樣本結果)

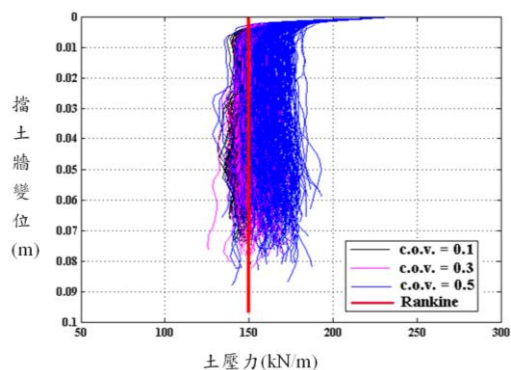


圖 13 土壤剪力強度( $c$ )空間變異性下擋土牆變位與其對應之土壓力曲線圖

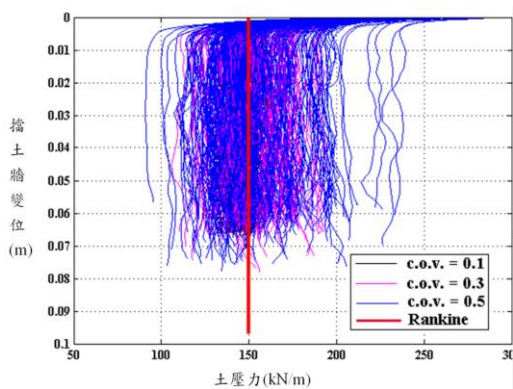


圖 14 土壤單位重( $\gamma$ )空間變異性下擋土牆變位與其對應之土壓力曲線圖