

XFEM 於股骨破裂分析之平行計算效能

李俊宏, 陳守義

國家實驗研究院國家高速網路與計算中心

摘要

延伸有限元素法(Extended Finite Element Method, XFEM)基於單位分解法(Partition of Unity Method, PUM), 在有限元素近似函數中加入了階梯函數(Heaviside Function)和裂縫尖端近似位移場的漸近函數(asymptotic function), 使其可以處理網格中不連續和奇異點(singularity)的問題, 因此非常適合用來模擬結構力學中裂縫成長的相關問題, 本研究將XFEM應用於人類股骨(femur)之破裂分析, 探討人類股骨分別受拉伸和扭轉時其裂縫成長的行為, 同時評估其平行計算之效能。

關鍵字: 延伸有限元素法、股骨、破壞力學、平行計算

ABSTRACT

The extended finite element method (XFEM) based on the principles of partition of unity (PUM) includes the heaviside and asymptotic enrichment functions with the original approximation function. The approximation of the enriched terms can capture the special discontinuous characteristics in the analysis domain such as crack in solid mechanics. Therefore, this research employ XFEM to study the fracture behavior of human femur under tension and torsion. The performance of parallel computing of XFEM is also discussed.

Keywords: extended finite element method, femur, fracture mechanics, parallel computing

一、簡介

傳統有限元素法在模擬結構的破裂分析時, 其裂縫的位置必須沿著元素的邊界, 同時位在裂縫尖端附近的節點位置也須特別處理, 當裂縫成長時, 網格亦須隨之重建, 因此在建模和分析上的工作比較繁瑣, Belytschko 等人[1]根據單位分解法之理論[2], 提出延伸有限元素法 XFEM, 其在有限元素近似函數中加入階梯函數和裂縫尖端近似位移場的漸近函數, 使其可以處理網格中不連續和奇異點的問題, 因此裂縫的位置可橫越元素, 當裂縫成長時, 網格不須隨之重建, 如此可大幅簡化建模和分析處理的工作, 對模擬結構的破裂分析有很大的幫助。股骨是人類非常重要的骨骼結構之一, 亦容易因外力而造成骨折破裂, 若能從數值模擬分析中瞭解其破裂之機制與過程, 對相關之醫療和研究工作將有所助益, 過去由於實驗的困難度和複雜性, 相關之研究工作大

多為利用取樣來進行骨骼應力強度因子(stress intensity factor)或韌性(toughness)的探討[3], 較少以股骨的全模型進行破裂分析, 因此, 本研究嘗試利用 XFEM 方法模擬人類股骨分別受拉伸和扭轉時其裂縫成長的行為, 以探討其應用在股骨破裂分析的可行性, 另一方面, 亦評估其平行計算之效能, 以提供研究人員之參考。

二、理論與分析

2.1 XFEM 理論

XFEM 在有限元素近似函數中加入二個改善函數(enrichment function), 分別為階梯函數 $H(x)$ 和裂縫尖端近似位移場的漸近函數 $F(x)$, 使其可以處理網格中不連續和奇異點的問題, XFEM 之位移的近似值 u_h 為 [4]:

$$u_h(x) = \sum_i u_i \phi_i(x) + \sum_j b_j \phi_j(x) H(x) + \sum_k \phi_k(x) \left(\sum_{l=1}^4 c_k^l F_l(x) \right) \quad (1)$$

其中 i 為定義域中的所有節點, j 為裂縫周圍的節點, k 為裂縫尖端周圍的節點, u_i 為第 i 個節點位移, ϕ_i 為第 i 個節點的形狀函數(shape function), b_j 為第 j 個節點位移, c_k^l 為尖端周圍節點改善自由度之位移。

2.2 股骨之 XFEM 破裂分析

本研究使用 ABAQUS 有限元素分析軟體 6.10 版中 XFEM 之功能進行人類股骨之破裂分析, 圖 1 為股骨之幾何模型, 包含外層硬度較高的皮質骨、內層較鬆軟之海綿骨和中間空心部位之骨髓腔。其中皮質骨之楊氏係數為 12GPa, 浦松比為 0.3, 海綿骨之楊氏係數為 3.5GPa, 浦松比為 0.3, 二者材質在此均假設為等向性(isotropic)之彈性材料。股骨裂縫起始(crack initiation)判斷使用最大主應變(maximum principal strain)準則其值為 1%[5], 裂縫損傷演化(damage evolution)使用能量釋放率(energy release rate, G)準則其值為 1kJ/m²[6]。圖 2 為其有限元素網格模型, 使用之元素種類為 C3D4, 總共元素數目為 103,629, 節點數目為 39,059。圖 3 為股骨受拉伸時之邊界條件, 其中股骨底端位置邊界位移固定, 上端則施加 -Z 方向之位移。圖 4 為股骨受扭轉時之邊界條件, 其中股骨底端位置邊界位移固定, 上端中心一支點位移固定, 在側邊則施加 -X 方向之位移。圖 5 為建立股骨初始裂縫之模型, 係利用一幾何平面與之前的有限元素網格模型交集即可定義其初始裂縫之位置與幾何如圖 5(a), 此模型可進行後續破壞力學相關之分析, 圖 5(b)為其局部放大圖, 裂縫位置不須沿著元素的邊界, 可直接橫越元素的內部。

2.3 XFEM 平行計算效能評估

測試 XFEM 平行效能的電腦主機為國網中心的 IBM Cluster 1350 叢集電腦(PC cluster), 共有 512 個計算節點(computing node), 2048 顆處理器(CPU), 每個節點包含 Intel Woodcrest 3.0 GHz 雙核心處理器 2 顆、16 GB DDR2 677 MHz 主記憶體, 透過 PCI-E Voltaire Infiniband 網路連接卡將每

個節點串連, 檔案管理系統為 IBM GPFS Linux V3.1, 使用 8 台 GPFS 伺服器提供整體約 3 GByte/sec 高效能的檔案輸存取系統。本研究將分別比較 1 CPU、8 CPU、16 CPU 和 32 CPU 之計算效能。

三、結果與討論

股骨受拉伸時, 其最大主應變逐漸增加, 當最大主應變值達裂縫起始準則時會有裂縫產生, 圖 6 為 XFEM 模擬初始裂縫生成時股骨最大主應變之分佈圖, 圖 6(a)為股骨全域之最大主應變分佈圖, 由圖 6(b)局部放大圖可清楚觀察到在最大主應變之位置有初始裂縫的產生。後續增加股骨拉伸的位移, 其裂縫會繼續成長, 其斷裂面如圖 7, 由圖 7(a)顯示股骨受拉伸時其破裂面係垂直於股骨之軸向, 圖 7(b)顯示當裂縫尖端位置隨裂縫成長改變時, 其最大主應變之位置亦隨之改變, 而圖 7(c)局部放大圖顯示其破裂面直接橫越有限元素網格的內部。圖 8(a)為股骨受扭轉時之破裂面, 此破裂面以股骨軸心呈螺旋狀(spiral)成長, 圖 8(b)為其施加 X 方向之位移與其作用力的關係圖, 當施力量達 4,103N 時, 開始有裂縫產生, 隨後股骨所可承受之力量即減小。因為人類骨骼材料性質屬脆性材料, 由 XFEM 模擬股骨受拉伸和扭轉時其股骨破裂面的方向與實際觀察到之斷裂情況十分吻合[7]。圖 9 為具初始裂縫之股骨的數值模型和分析結果, 圖 9(a)顯示利用圖 5 方式所建立之股骨初始裂縫的位置與大小, 圖 9(b)為其受拉伸時裂縫繼續成長之破裂面。有關 XFEM 平行效能的部分, 在 ABAQUS 6.10 版中 XFEM 支援 MPI(Message-Passing Interface) 平行處理功能, 本研究在 IBM Cluster 1350 叢集電腦上分別以 1 顆處理器、8 顆處理器、16 顆處理器和 32 顆處理器執行股骨受扭轉時 XFEM 破裂分析, 因執行主機 IBM Cluster 1350 叢集電腦為多人使用環境, 所以分析之 wall clock time 會受主機負載大小影響, 因此, 本研究取三次分析工作之 wall clock time 的平均值來做比較, 其平行計算效能如圖 10, 其在 8、16 和 32 顆處理器之效能提升(speedup)分別為 2.34、3.72 和 6.05, 因本研究股骨之破裂分析是以靜力方式模擬, 因此其平行計算效能接近一般 ABAQUS/Standard 分析的平行計算效能,

以後若 ABAQUS/Explicit 有支援 XFEM 功能，在模擬動力之破裂分析時，應可有較佳的平行計算效能。

四、結論

本研究以 XFEM 進行人類股骨受拉伸、扭轉與具初始裂縫時之破裂分析，由股骨受拉伸和扭轉之斷裂情形，初步顯示 XFEM 在定性上可模擬股骨的破裂行為，在定量上的比較，則需進一步的分析與相關之實驗相互比較驗證。另外，XFEM 在股骨含初始裂縫之數值模型的建立亦提供較傳統簡易的方式。在 XFEM 平行效能的部分，利用多處理器平行執行 XFEM 分析可縮短其計算時間，其平行計算效能接近一般 ABAQUS/Standard 的平行計算效能，若 ABAQUS/Explicit 可支援 XFEM 功能，在模擬動力之破裂分析時，將可得較佳的平行計算效能。

五、參考文獻

- [1] T. Belytschko and T. Black, "Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 45, No. 5, 1999, pp. 602-620.
- [2] J. M. Melenk and I. Babuska, "The partition of unity finite element method: Basic theory and applications," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 139, No. 1-4, 1996, pp. 289-314.
- [3] R. O. Ritchie, J. H. Kinney, J. J. Kruzic, and R. K. Nalla, "A fracture mechanics and mechanistic approach to the failure of cortical bone," Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 28, No. 4, 2005, pp. 345-371.
- [4] A. Yazid, N. Abdelkader, and H. Abdelmadjid, "A state-of-the-art review of the X-FEM for computational fracture mechanics," Applied Mathematical Modelling, Vol. 33, No. 12, 2009, pp. 4269-4282.
- [5] E. Schileo, F. Taddei, L. Cristofolini, and M. Viceconti, "Subject-specific finite element models implementing a maximum principal strain criterion are able to estimate failure risk and fracture location on human femurs tested in vitro," Journal

of Biomechanics, Vol. 41, No. 2, 2008, pp. 356-367.

- [6] M. Doblare, J. M. Garcia, and M. J. Gomez, "Modelling bone tissue fracture and healing: a review," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 71, No. 13-14, 2004, pp. 1809-1840.
- [7] P. G. Bedewi and D. M. Marzougui, "Finite element modelling of fracture in long bones," International Journal of Crashworthiness, Vol. 4, No. 1, 1998, pp. 93-110.

六、圖片

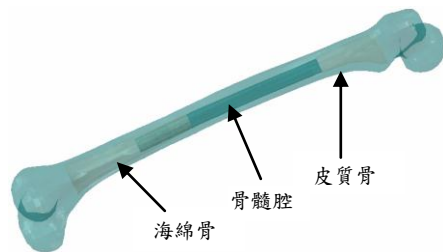


圖 1 股骨之幾何模型

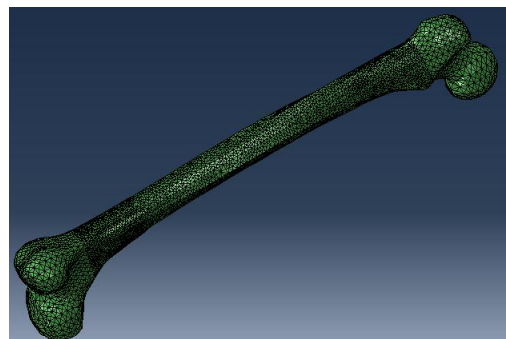


圖 2 股骨之有限元素模型網格

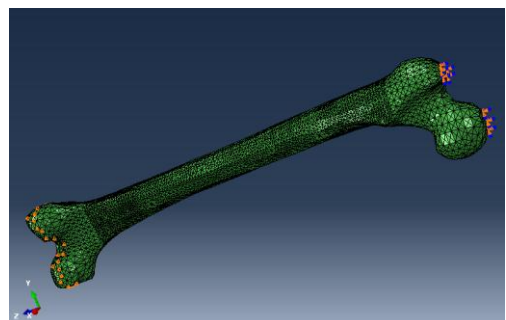


圖 3 股骨受拉伸時之邊界條件

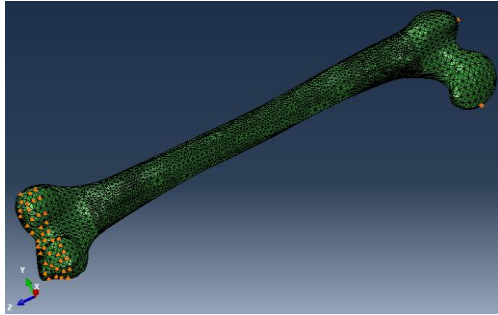


圖 4 股骨受扭轉時之邊界條件

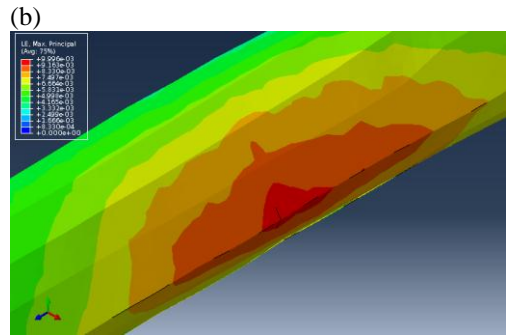


圖 6 股骨受拉伸時初始裂縫之產生(a)初始裂縫產生時股骨之最大主應變分佈圖,和(b)局部放大圖

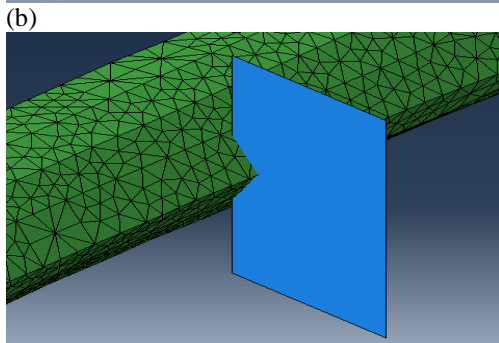
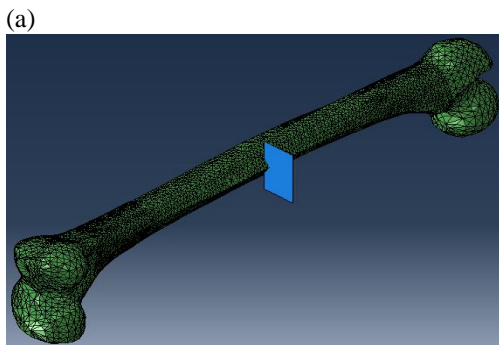


圖 5 股骨初始裂縫模型之建立(a)利用幾何平面與有限元素網格模型之交集定義其初始裂縫之位置與幾何,和(b)局部放大模型

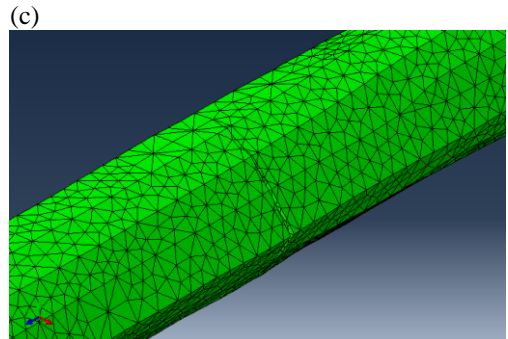
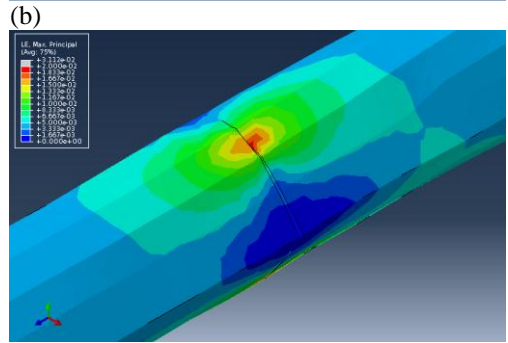
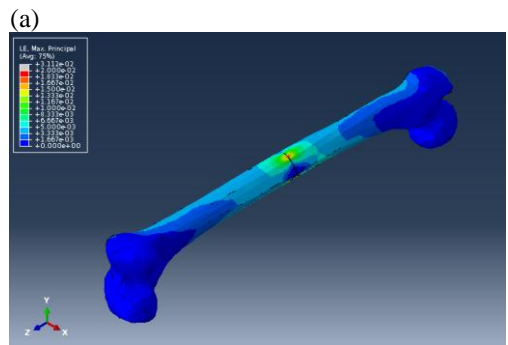
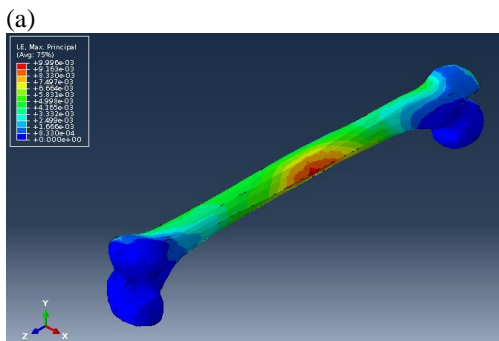


圖 7 股骨受拉伸之破裂情況(a)破裂面垂直於股骨之軸向, (b)最大主應變之位置隨裂縫尖端位置之改變而改變,和(c)局部放大圖



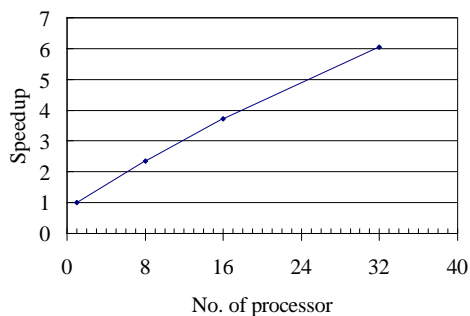
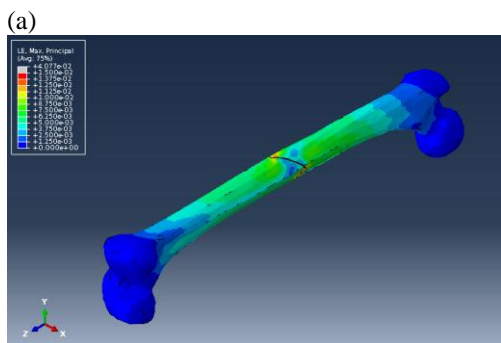


圖 10 XFEM 之平行計算效能

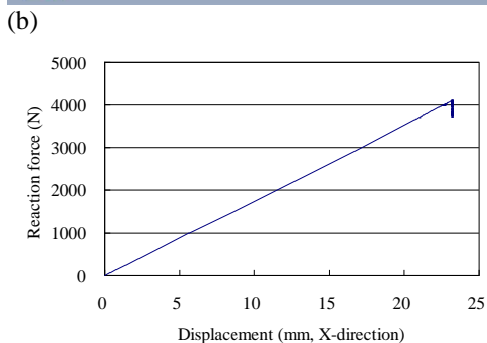


圖 8 股骨受扭轉之分析結果(a)股骨受扭轉時之破裂面，和(b)其施加位移與其作用力之關係圖

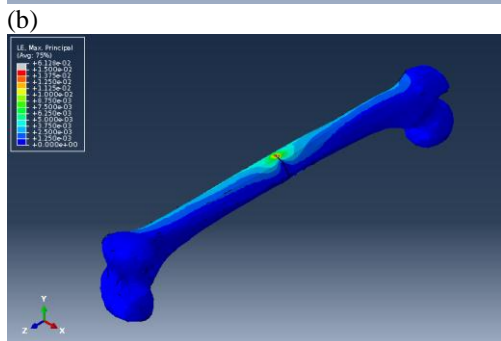
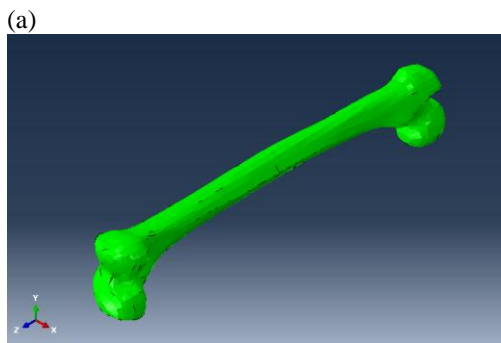


圖 9 具初始裂縫之股骨的數值模型和分析結果(a)股骨初始裂縫的位置與大小，和(b)股骨受拉伸時裂縫繼續成長之破裂面